F 1503/5

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 1—2

SECŢIA V

CONSTRUCŢII
ARHITECTURĂ

1978

1979 JAN 21

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 1—2

## SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1978

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CR. SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. H. ZAROJANU
Prof. dr. ing. A. RADU
Conf. arh. N. PORUMBESCU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Lector dr. ing. VICTOR-FLORIN POTERAȘU (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1 — 2 1978

Secţia V

## CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

## SUMAR

Pag.

V. F. POTERAŞU, M. N. OGÛZTORELI (Canada), D. I. MANGERON, K. V. LEUNG (Canada) şi N. IONIŢĂ, Ecuaţiile programării dinamice pentru determinarea încărcărilor critice de stabilitate ale unui arc elastic în formă de cicloidă cu secţiune variabilă (engl., rez. rom.) . . . . . 9

N. UNGUREANU şi L. STRAT, Studii teoretice şi experimentale privind utilizarea sistemelor echivalente în analiza grinzilor pe reazeme elastic deformabile (engl., rez. rom.) . . . . . 17

A. VULPE şi FL. MACAVEI, Analiza iterativă a structurilor spaţiale (engl., rez. rom.) . . . . . 23

ŞT. JERCA şi AL. DUMITRAŞ, Calculul structurilor plane static nedeterminate, realizate din materiale cu comportare neliniară (II) (rom., rez. engl.) . . 29

N. FLOREA, C. PASCARIU şi S. COROBCEANU, Contribuţii la calculul de rezistenţă al grinzilor din beton precomprimat (engl., rez. rom.) . . 39

V. BREABĂN şi H. BĂRBAT, Tehnica de calcul combinată, elemente finite — diferenţe finite, pentru rezolvarea problemei de interacţiune seismică baraj în arc — lac de acumulare (engl., rez. rom.) . . . . . 45

C. MANOLE şi EM. BÂRSAN, Studiul circulaţiei apei în rezervoarele pentru înmagazinarea apei (rom., rez. engl.) . . . . . 49

A. STANCIU, V. MUŞAT, P. RĂILEANU şi N. BOŢI, Procedeu grafo-analitic pentru estimarea împingerii active exercitate de pământurile coezive asupra elementelor de sprijinire (rom., rez. engl.) . . . . . 53

V. FOCŞA, AL. CIORNEI şi N. CIORNEI, Comportarea la încărcare de durată a unui luminator de suprafaţă mare, din poliesteri armaţi cu fibre de sticlă (PAS) (rom., rez. rusă) . . . . . 59

N. GIUŞCĂ, Aspecte privind confortul termic în zone periferice ale încăperilor de locuit (rom., rez. engl.) . . . . . 67

C. ANTON, Consideraţii privind infrastructura căii ferate pentru sarcini pe osie şi viteze sporite (rom., rez. franc.) . . . . . 71

Pag.

M. ECHENIQUE și T. de la BARRA (Anglia), Modele de planificare integrată a transporturilor și a utilizării terenului urban (I) (engl., rez. rom.) . . . 77

T. SILION, AL. CIORNEI, V. GRECU și V. MUȘAT, Influența compoziției sursei de apă asupra tasării suplimentare a pământurilor loesoide (rom., rez. franc.) . . . . . 87

H. ZAROJANU și GH. GUGIUMAN, Evoluția stării de fisurare la o îmbrăcăminte rutieră din beton de ciment aramat continuu (I) (rom., rez. franc.) . . 93

B. WEINȘTEIN, D. POPOVICI, GH. GUGIUMAN și I. HÎRHUI, Marcaje orizontale la drumuri (II) (rom., rez. franc.) . . . . . 99

D. I. GANJULA, C. PLĂCINTĂ și Z. SALINIUC, Încercarea mixturilor asfaltice la compresiune triaxială (rom., rez. rusă) . . . . . 103

D. ATANASIU (V. Focșa) . . . . . 109

RECENZII . . . . . 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tome XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2 1978

Section V

# CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

## CONTENTS

Pp.

V. F. POTERAŞU, M. N. OGÜZTORELI (Canada), D. I. MANGERON, K. V. LEUNG (Canada) and N. IONIŢĂ, Dynamic Programming Equations for Critical Loading Stability of an Elastic Cycloidal Arch of Variable Cross-Section (English, Romanian summary) . . . . . 9

N. UNGUREANU and L. STRAT, Theoretical and Experimental Studies concerning the Utilisation of Equivalent Systems in the Analysis of Beams on Elastic Deformable Supports (English, Romanian summary) . . . . 17

A. VULPE and FL. MACAVEI, Iterative Analysis of Space Structures (English, Romanian summary) . . . . . 23

ŞT. JERCA, and AL. DUMITRAŞ The Analysis of Plane Indeterminate Structures Made from Materialswith Nonlinear Behaviour (II) (Romanian, English summary) . . . . . 29

N. FLOREA, C. PASCARIU and S. COROBCEANU, Contributions to the Calculus of the Resistance of Prestressed Concrete Beams (English, Romanian summary) . . . . . 39

V. BREABĂN and H. BARBAT, Combined Finite Element — Finite Difference Technique in Solving the Arch Dam — Reservoir Seismic Interaction Problem (English, Romanian summary) . . . . . 45

C. MANOLE and EM. BÂRSAN, The Study of Water Circulation in Reservoirs for Water Storage (Romanian, English summary) . . . . . 49

A. STANCIU, V. MUŞAT, P. RĂILEANU and N. BOŢI, A New Method for Determination of the Active Resistance of the Cohesion Soils on the Retaining Walls (Romanian, English summary) . . . . . 53

V. FOCŞA, AL. CIORNEI et N. CIORNEI, Le comportement sous charge de durée d'un lanterneau de grande surface en plastique renforcé par des fibres de verre (Romanian, Russian summary) . . . . . 59

N. GIUŞCĂ, Some Aspects regarding Thermal Comfort in Apartment Buildings near Exterior Walls (Romanian, English summary) . . . . . 67

C. ANTON, Considérations concernant l'infrastructure des chemins de fer pour charges sur l'essieu et vitesses augmentées (Romanian, French summary) 71

Pp.

M. ECHENIQUE and T. de la BARRA (England), Compact Land Use Transport Models (I) (English, Romanian summary) . . . . . 77

T. SILION, AL. CIORNEI, V. GRECU et V. MUȘAT, L'influence de la composition de la source de l'eau sur l'entassement supplémentaire des terres loessoïdales (Romanian, French summary) . . . . . 87

H. ZAROJANU et GH. GUGIUMAN, L'évolution de la fissuration d'un revêtement en béton armé continu (I) (Romanian, French summary) . . 93

B. WEINSTEIN, D. POPOVICI, GH. GUGIUMAN et I. HÎRHUI, Marquages horizontaux pour les routes (II) (Romanian, French summary) . . . 99

D. I. GANJULA, C. PLĂCINTĂ et Z. SALINIUC, Essais des mixtures asphaltiques à la compression triaxiale (Romanian, Russian summary) . . 103

D. ATANASIU (V. Focșa) . . . . . 109

BOOK REVIEWS . . . . . 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXIV (XXVIII), Вып. 1—2 1978

Секция V

# СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

## СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

В. Ф. ПОТЕРАШУ, М. Н. ОГЮЗТОРЕЛИ (Канада), Д. И. МАНЖЕРОН, К. В. ЛЕН (Канада) и Н. ИОНИЦЭ, Уравнения динамического программирования для опеределения критической нагрузки устойчивости упругой циклоидальной дуги переменного сечения (англ., иез. иум.) . . . . . 9

Н. УНГУРЯНУ и Л. СТРАТ, Теоретические и экспериментальные исследования об использованию эквивалентных систем в расчете балок па деформированым-эластическим опорах (англ., рез. иум.) . . . 17

А. ВУЛПЕ и Ф. МАКАВЕЙ, Интерационный анализ пространственного структуры (англ., рез. рум.) . . . . . 23

ШТ. ЖЕРКА и АЛ. ДУМИТРАШ, Расчет неопределенных плоских систем образованных из материалов с нелинейным поведением (II) (рум., рез. англ.) . . . . . 29

Н. ФЛОРЯ, К. ПАСКАРИУ и С. КОРОБЧЯНУ, О расчете предварительно-напряженных железобетонных балок (англ., рез. рум.) . . 39

В. БРЯБЭН и Х. БЭРБАТ, Конечно элементный — конечно разностный метод в расчете взаимодействия между орочной плотиной и водой водохранилища (англ., рез. рум.) . . . . . 45

К. МАНОЛЕ и ЭМ. БЫРСАН, К изучению циркуляции воды в резервуара (рум., рез. англ.) . . . . . 49

А. СТАНЧИУ, В. МУШАТ, П. РЭИЛЯНУ и Н. БОЦИ, Графо - аналитический метод определения активного давления в связных грунтов при расчете подпорных элементов (рум., рез. англ.) . . . . . 53

В. ФОКША, А. ЧОРНЕЙ и Н. ЧОРНЕЙ, Поведение на продолжительной пробе фонаря большого размера из стеклопластиков (рум., рез. русск.) . . . . . 59

Н. ДЖЮШКЭ, Точка зрения касающаяся теплового комфорта в ограждающих зонах жилищных помещений (рум., рез. англ.) . . . . 67

К. АНТОН, Полотна железного дорога для увеличенных нагрузок на ось и скорости движения (рум., рез. франц.) . . . . . 71

М. ЭЧЕНИК и Т. де ла БАРРА (Англия), Модели совместного планирования транспорта и использования городского месторасположения (I) (англ., рез. рум.) . . . . . 77

Т. СИЛИОН, АЛ. ЧОРНЕЙ, В. ГРЕКУ и В. МУШАТ, Влияние состава водного раствора на просадку лессовидного грунта (рум., рез. франц.) . . . . . 87

Х. ЗАРОЖАНУ и Г. ГУДЖЮМАН, Эволюций процесс образования трещин в дорожном покрове из цемент железобетона постоянного (I) (рум., рез. франц.) . . . . . 93

Б. ВЕИНШТЕЙН, Д. ПОПОВИЧ, Г. ГУДЖЮМАН и И. ХЫРХУЙ, Дорожные горизонтальные разметки (II) (рум., рез. франц.) . . 99

Д. И. ГАНЖУЛА, К. ПЛЭЧИНТЭ и З. САЛИНЮК, Испытание асфальтовых смесей в триаксиальном сжимании (рум., рез. русск.) . . 103

Д. АТАНАСИУ (В. Фокша) . . . . . 109

РЕЦЕНЗИИ . . . . . 111

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D. C. 539.3; 624.07

# DYNAMIC PROGRAMMING EQUATIONS FOR THE CRITICAL LOADING STABILITY OF AN ELASTIC CYCLOIDAL ARCH OF VARIABLE CROSS-SECTION

BY

V. F. POTERAȘU M. N. OGUZTÖRELI, D. MANGERON, K. V. LEUNG and N. IONIȚĂ

*To Professor D. Eng. C. HUIU IN MEMORIAM*

1. One set of the authors' researches concerns various applications of up-today optimal techniques in engineering mechanics [1] ... [4]. It is also related with the domain of polyvibrating[1]) or polywave systems [5] ... [7], as well with studies of elastic archs [8], [9], previously considered in some special cases by other scientists [10] ... [13].

In what follows the problem of the determination of critical loading stability of an elastic cycloidal arch of variable cross-section is exposed, while the corresponding computer programming approach will be discussed in an another paper.

2. In this paper our attention is restricted to inextensional buckling in their planes of uniformly loaded arches, and in particular of cycloidal arches not yet considered by someone[2]) (Fig. 1). The obtained results are applicable to arches of opening angle sufficiently large that antisymmetrical buckling is critical, rather than the symmetrical snapping associated with shallow arches.

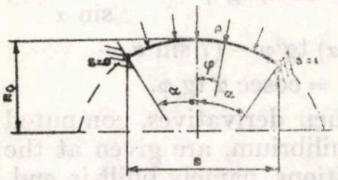


Fig. 1

In most cases the load per unit length, $p$, is considered to remain normal to the arch.

The appropriate R a y l e i g h quotient for inextensional symmetrical buckling is :

$$(1)\quad \min \lambda = \frac{\int_0^L h^3(\varphi)\,(a_1^1 w'' + a_2^1 w' + a_3^1 w + a_4^1 u)\,(b_1^1 w'' + b_2^1 w' + b_3^1 w + b_4^1 u)\,\mathrm{d}\varphi}{K^* + \int_0^L (a_1 w'^2 + a_2 ww' + a_3 uw' + a_4 uw + a_5 w^2 + a_6 u^2 + a_7 u)\,\mathrm{d}\varphi},$$

[1]) Various scientists, as for instance G. B i r k h o f f, W. G o r d o n [14], Yu. M. B e r e z a n s k i [15], L. E. K r i v o s h e i n [16], M. N. O g u z t ö r e l i [17], M. P i c o n e [18], did called the polyvibrating equations, „Mangeron equations".

[2]) As far as we know.

where

$$(2)\qquad s=\frac{S}{R_0\sin\alpha},\ (0\leqslant s\leqslant L),\quad s=R_0(\sin\varphi+\sin\alpha),$$

$$(3)\qquad h(s)=\frac{H(S)}{V/(2R_0B\sin\alpha)},\qquad (4)\qquad \lambda=\frac{(pR_0)(R_0\sin\alpha)^2}{\frac{1}{12}EB[V/(2R_0B\sin\alpha)^2]},$$

$$(5)\qquad K^*=um''-u'm'-4um'\operatorname{tg}\varphi+4um\operatorname{tg}^2\varphi+uk_1\operatorname{cosec}\alpha-(1+2\operatorname{tg}^2\varphi)uu'+u'u''\sin^3\alpha+uu''\operatorname{tg}\varphi\,|_0^2,\ u=u(\varphi),\ m=m(\varphi),\ k_1=\lambda h^{-3}m;$$

$B$ is the arch's span (constant), $H$ is the variable arch's height, $p$ is the uniform loading, $E$ is the Young's modulus, $V$ is the arch's volume (constant), $u=U/R_0\sin\alpha$ is the tangential displacement taken positive in the sense of growth, $w=W/R_0\sin\alpha$ is the radial displacement taken positive toward the centre, $m=M/(p(R_0^2\sin\alpha)$ is the moment within the arch, while:

$$a_1^1=\operatorname{cosec}\alpha,\quad a_2^1=5\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{tg}\varphi,\quad a_3^1=(6+15\operatorname{tg}^2\varphi)\operatorname{cosec}\alpha,$$

$$a_4^1=21\operatorname{tg}\varphi+30\operatorname{tg}^3\varphi,\quad a_1=-\sin\alpha,\quad a_2=\frac{1-3\sin^2\alpha}{\sin\alpha}\operatorname{tg}\varphi,$$

$$a_3=(1-5\sin^2\alpha)\operatorname{tg}\varphi-2\sin^2\alpha,$$

$$b_1^1=-\sin^2\alpha,\quad b_2^1=0,\quad b_3^1=-2(1+\operatorname{tg}^2\varphi)\sin^2\alpha,$$

$$b_4^1=-(4\operatorname{tg}\varphi+3\operatorname{tg}^3\varphi+2)\sin^3\alpha,\quad a_4=-(7\sin^2\alpha+4\sin\alpha-3)\operatorname{tg}\varphi-$$

$$-(\sin^3\alpha+7\sin^2\alpha+2\sin\alpha-5)\operatorname{tg}^3\varphi,\quad a_5=-(\sin^2\alpha+\sin\alpha)\operatorname{tg}^3\varphi-\frac{1+2\sin^2\alpha}{\sin\alpha},$$

$$a_6=-(\sin^4\alpha+6\sin^3\alpha+2\sin^2\alpha-3\sin\alpha)\operatorname{tg}^4\varphi-(7\sin^3\alpha+4\sin^2\alpha-2\sin\alpha)\operatorname{tg}^2\varphi-\sin^3\alpha,\ a_7=\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{tg}\varphi.$$

The values of $u$, $w$, $m$ as well as these of their derivatives, computed using the well known differential relations of equilibrium, are given at the ends when there are indicated the sustaining conditions, namely built-in end, hinged end, simply supported end. In the case of hinged-hinged arch it results $K^*$ as above.

Thus, the problem we are considering is equivalent with determining the relative minima of

$$(6)\qquad \int_0^L \Psi\,(a_1^1w''+a_2^1w'+a_3^1w+a_4^1u)(b_1^1w''+b_2^1w'+b_3^1w+b_4^1u)\,d\varphi,$$

subject to the constraint

$$(7)\qquad K^*+\int_0^L (a_1w'^2+a_2ww'+a_3uw'+a_4uw+a_5w^2+a_6u^2+a_7u)\,d\varphi=1,$$

where $\Psi = h^3(\varphi)$, and boundary conditions which will be specified, or, conversely, this problem is equivalent to that of determining the relative maxima of

$$(8)\quad K^* + \int_0^L (a_1 w'^2 + a_2 w w' + a_3 u w' + a_4 u w + a_5 w^2 + a_6 u^2 + a_7 u)\, d\varphi,$$

subject to the constraint

$$(9)\quad \int_0^L \Psi\,(a_1^1 w'' + a_2^1 w' + a_3^1 w + a_4^1 u)\,(b_1^1 w'' + b_2^1 w' + b_3^1 w + b_4^1 u)\, d\varphi = 1.$$

In the first approach, following step by step the well known works by R. Bellman [19] and D. Mangeron [20], we consider the minimization, in the discrete form, of

$$(10)\quad \begin{aligned} F = \sum_{k=1}^{N} \Psi_k\, [a_{1k}^1 (w_k' - w_{k-1}') + a_{2k}^1 w_k' + a_{3k}^1 w_k + a_{4k}^1 u_k] \times \\ \times [b_{1k}^1 (w_k' - w_{k-1}') + b_{2k}^1 w_k' + b_{3k}^1 w_k + b_{4k}^1 u_k], \end{aligned}$$

subject to the constraints :

$$(11)\quad \begin{aligned} \sum_{k=1}^{N} [a_{1k} (w_k - w_{k-1})^2 + a_{2k} w_k (w_k - w_{k-1}) + a_{3k} u_k\ (w_k - w_{k-1}) + \\ + a_{4k} u_k w_k + a_{5k} w_k^2 + a_{6k} u_k^2 + a_{7k} u_k] = 1 - K^*, \end{aligned}$$

$$(12)\quad w_0 = a,\ w_0' = c,\ u_0 = b,$$

where

$$(13)\quad u_k = \frac{u_{k-1} \dfrac{\sin\alpha + w_k}{\sin\alpha - \sin\alpha\, \mathrm{tg}\, \varphi_k}}{}.$$

The values of $w_N$, $w_N'$ and $u_N$ will be specified. The condition (12) represents one type of end conditions for an arch.

We now define

$$(14)\quad \begin{aligned} f_R(a,\ b,\ c) = \sum_{k=R}^{N} \Psi_k\, [a_{1k}^1 (w_k' - w_{k-1}') + a_{2k}^1 w_k' + a_{3k}^1 w_k + a_{4k}^1 u_k] \times \\ \times [b_{1k}^1 (w_k' - w_{k-1}') + b_{2k}^1 w_k' + b_{3k}^1 w_k + b_{4k}^1 u_k], \end{aligned}$$

where

$$(15)\quad \begin{aligned} \sum_{k=R}^{N} [a_{1k} (w_k - w_{k-1})^2 + a_{2k} w_k (w_k - w_{k-1}) + a_{3k} u_k (w_k - w_{k-1}) + \\ + a_{4k} u_k w_k + a_{5k} w_k^2 + a_{6k} u_k^2 + a_{7k} u_k] = 1 - K^*, \end{aligned}$$

Starting in state $w_{R-1} = a$, $w_R' = c$, $u_{R-1} = b$ and using an optimal policy, one is left with the problem of minimizing

$$(16)\quad \sum_{k=R+1}^{N} \Psi_k \left[a^1_{1k}(w'_k - w'_{k-1}) + a^1_{2k} w'_k + a^1_{3k} w_k + a^1_{4k} u_k\right] \times$$
$$\times \left[b^1_{1k}(w'_k - w'_{k-1}) + b^1_{2k} w'_k + b^1_{3k} w_k + b^1_{4k} u_k\right],$$

subject to the constraint

$$(17)\quad \sum_{k=R+1}^{N} \left[a_{1k}(w_k - w_{k-1})^2 + a_{2k} w_k (w_k - w_{k-1}) + a_{3k} u_k (w_k - w_{k-1}) + \right.$$
$$\left. + a_{4k} u_k w_k + a_{5k} w_k^2 + a_{6k} u_k^2 + a_{7k} u_k\right] = 1 - K^* - C_R,$$

where

$$(18)\quad C_R = a_{1R}(w_R - w_{R-1})^2 + a_{2R} w_R (w_R - w_{R-1}) + a_{3R}(w_R - w_{R-1}) u_R +$$
$$+ a_{4R} u_R w_R + a_{5R} w_R^2 + a_{6R} u_R^2 + a_{7R} u_R.$$

Let us define now the new variables $z_k$ and $v_k$, thus

$$(19)\quad w_k = (1 - K^* - C_R)^{1/2} z_k, \qquad (20)\quad u_k = (1 - K^* - C_R)^{1/2} v_k.$$

Then, the relation (17) becomes

$$(21)\quad \sum_{k=R+1}^{N} \left[a_{1k}(z_k - z_{k-1})^2 + a_{2k} z_k (z_k - z_{k-1}) + a_{3k} v_k (z_k - z_{k-1}) + \right.$$
$$\left. + a_{4k} v_k z_k + a_{5k} z_k^2 + a_{6k} v_k^2 + a_{7k} \frac{1}{(1 - K^* - C_R)^{1/2}}\right] = 1,$$

while

$$\sum_{k=R+1}^{N} \Psi_k \left[a^1_{1k}(w'_k - w'_{k-1}) + a^1_{2k} w_k + a^1_{4k} w_k + a^1_{4k} u_k\right] \times$$
$$\times \left[b^1_{1k}(w'_k - w'_{k-1}) + b^1_{2k} w'_k + b^1_{3k} w_k + b^1_{4k} u_k\right] =$$
$$(22)\quad = (1 - K^* - C_R) \sum_{1=R+1}^{N} \left[a^1_{1k}(z'_k - z'_{k-1}) + a^1_{2k} z'_k + a^1_{3k} z_k + a^1_{4k} v_k\right] \times$$
$$\times \left[b^1_{1k}(z'_k - z'_{k-1}) + b^1_{2k} z'_k + b^1_{3k} z_k + b^1_{4k} v_k\right]$$

and

$$(23)\quad v_k = \frac{v_{k-1} \sin \alpha + z_k}{\sin \alpha - \sin \alpha \operatorname{tg} \varphi_k},$$

where

$$(24)\quad z'_R = (1 - K^* - C_R)^{-1/2} w'_R, \qquad (25)\quad z_R = (1 - K^* - C_R)^{-1/2} w_R,$$

$$(26)\quad v_R = (1 - K^* - C_R)^{-1/2} u_R.$$

But, by definition, the minimum of (22), subject to Eqs. (21), (24), (25) and (26), is

$$(1-K^*-C_R)f_{R+1}\left[\frac{w'_R}{(1-K^*-C_R)^{1/2}},\ \frac{w'_R+a}{(1-K^*-C_R)^{1/2}},\right.$$
$$\left.\frac{b\sin\alpha+w'_R+a}{(\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_R)(1-K^*-C_R)^{1/2}}\right].$$

It follows, by applying the principle of optimality,

$$f_R(a,\ b,\ c)=\min_{w'_R}\left\{\Psi_R\left[a^1_{1R}(w'_R-c)+a^1_{2R}w'_R+a^1_{3R}(w'_R+a)+\right.\right.$$
$$+a^1_{4R}\frac{b\sin\alpha+w'_R+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_R}\Big]\cdot\Big[b^1_{1R}(w'_R-c)+b^1_{2R}w'_R+b^1_{3R}(w'_R+a)+$$
(27)
$$\left.+b^1_{4R}\frac{b\sin\alpha+w'_R+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_k}\right]+(1-K^*-C_R)f_{R+1}\Big|\frac{w'_R}{(1-K^*-C_R)^{1/2}},$$
$$\left.\frac{w'_R+a}{(1-K^*-C_R)^{1/2}},\ \frac{b\sin\alpha+w'_R+a}{(\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_k)(1-K^*-C_R)^{1/2}}\right]\Big\}.$$

We have, in addition

$$f_{N-1}(a,\ b,\ c)=\Psi_{N-1}\left[a^1_{1,N-1}(w'_N-c)+a^1_{2,N-1}w'_{N-1}+a^1_{3,N-1}(w'_{N-1}+a)+\right.$$
$$\left.+a^1_{4,N-1}\frac{b\sin\alpha+w'_{N-1}+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_{N-1}}\right]\left[b^1_{1,N-1}(w'_{N-1}-c)+b^1_{2,N-1}w'_{N-1}+\right.$$
(28)
$$\left.+b^1_{3,N-1}(w'_{N-1}+a)+b^1_{4,N-1}\frac{b\sin\alpha+w'_{N-1}+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_{N-1}}\right]+\Psi_N\left[a^1_{1N}(\beta-w'_{N-1})+\right.$$
$$\left.+a^1_{2N}\beta+a^1_{3N}\gamma+a^1_{4N}\delta\right]\left[b^1_{1N}(\beta-w'_{N-1})+b^1_{2N}\beta+b^1_{3N}\gamma+b^1_{4N}\delta\right],$$

where $w'_{N-1}$ is the solution of the equation

$$\left[a_{1,N-1}(w'_{N-1})^2+a_{2,N-1}(w'_{N-1}+a)w'_{N-1}+a_{3,N-1}\frac{b\sin\alpha+w'_{N-1}+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_{N-1}}w'_{N-1}+\right.$$
$$+a_{4,N-1}\frac{b\sin\alpha+w'_{N-1}+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_{N-1}}(w'_{N-1}+a)+a_{5,N-1}(w'_{N-1}+a)^2+$$
(29)
$$\left.+a_{6,N-1}\left(\frac{b\sin\alpha+w'_{N-1}+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_{N-1}}\right)^2+a_{7,N-1}\frac{b\sin\alpha+w'_{N-1}+a}{\sin\alpha-\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\varphi_{N-1}}\right]+$$
$$+\{a_{1N}[\gamma-(a+w'_{N-1})]^2+a_{2N}\gamma[\gamma-(a+w'_{N-1})]+a_{3N}\delta[\gamma-(a+$$
$$+w'_{N-1})]+a_{4N}\delta\gamma+a_{5N}\gamma^2+a_{6N}\delta^2+a_{7N}\delta]\}=1-K^*,$$

with the end conditions given by :

$$w_N=\gamma,\ w'_N=\beta,\ u_N=\delta.$$

Using computers one obtains the corresponding numerical results concerning the problem of critical loading stability of an elastic cycloidal arch with variable cross-section. As mentioned above, this part will be included in the authors' subsequent Note.

Remarks. 1. Various other cases of sustaining can be studied in a similar way. Details of computations are to be found in the authors' manuscripts.

2. The importance of the considered problem is an obvious one, because this kind of arches may be used both in aeronautics as well as in building engineering.

3. Various nonlinearities can be easily taken into account thanks to the exposed method, and the boundary value problem is transformed into an initial one.

*Received, November 21, 1977*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Departement of Mechanics,*
*Concordia University, Montreal, Canada,*
*University of Alberta, Edmonton, Canada*
*and*
*Economic Sciences Academy, Bucharest*

## REFERENCES

1. Mangeron D., Oguztöreli M. N., Poteraşu V. F., *Équations de programmation dynamique concernant la détermination des fréquences et des modes de vibration d'une barre élastique immergée dans un milieu continu résistant.* Bul. Inst. polit., Iași, **17 (21)**, s. I, *3—4*, 1—6 (1971).
2. Chiriacescu S. T., Huiu C., Ioniță N., Mangeron D., Oguztöreli M. N., *Application of Global Appreciation Criteria to Study the Performances of Machine Tools' Machining Dynamic Systems.* St. și Cerc. Mec. Apl., Bucharest, **34**, *3*. 353—363, (1975).
3. Mangeron D., Oguztöreli M. N., Poteraşu V. F., *Sur les systèmes optimaux aux paramètres.* Bull. Cl. Sci. Acad. R. Belgique, (5), **56**, *7*, 700—706 (1970).
4. Mangeron D., Oguztöreli M. N., *Optimal Problems in Distributed Parameters Control Systems* (I, II, III). Dept. of Math., University of Alberta, Series A, Preprints of Research papers, Vol. 4, Nos *37*, *38*, *39* (1968).
5. Mangeron D., Oguztöreli M. N., *Programmazione dinamica di una classe di problemi al contorno concernenti equazioni polivibranti.* Rend. Ist. Lombardo Sci., Lettere ed Arti, Milano, A **102**, 250—256 (1968).
6. Mangeron D., *Problèmes concernant les équations polyvibrantes.* C. r. Acad. Sci., Paris, **266A**, 1121—1124 (1968).
7. Krivoshein L. E., Leung K. V., Mangeron D., Oguztöreli M. N., *Sur la détermination des solutions de certains systèmes intégrodifférentiels non linéaires aux opérateurs polyvibrants.* Bull. Soc. R. Sci. Liège, 44, *5—6*, 322—329 (1975).
8. Mangeron D., Oguztöreli M. N., Poteraşu V. F., *Die Gleichungen dynamischer Programmierung zur Bestimmung der kritischen Stabilitätsbelastung eines elastischen Kreisbogens veränderlichen Querschnitts.* Mécanique Théorique et Appl., Sofia, 4, *4*, 29—36 (1973).
9. Leung K. V., Mangeron D., Oguztöreli M. N., Poteraşu V. F., *Dynamic Programming Equations concerning Critical Stability Loads of an Elastic Variable Normal Section Parabolic Arch.* Volume dedicated to the memory of Late Professor B. B. Sen, Jadavpur University, Calcutta, 1977.
10. Tetsuya Y., Shigeru K., *Out-of-plane Behaviour of Circular Arches under Side Loading.* Trans. Jap. Soc. Civ. Eng., **5**, 24—25 (1974).
11. Dawe D. J., *Curved Finite Elements for the Analysis of Shallow and Deep Arches.* Comput. and Struct. 4, *3*, 559—580 (1974).

12. Пискорский Д. Ф., *К вопросу оптимального проэктирования арок.* В сб. *Вопр. вычисл. и прикл. мат.* Вып. *21*, Ташкент, 78—87 (1973).
13. Тероян А. Л., *Полилинейный деформационный метод расчёта гибких арок.* Межвуз. сб. науч. Тр. Ереван. политехн. ин-т,. Стр-во и Архит., *1*, 172—177 (1974).
14. Birkhoff G., Gordon W., *On the Draftsman and Related Equations.* J. Numer. Anal., **1**, 199—208 (1968).
15. Berezanski, Yu. M., *Eigenfunctionsexpansions of Selfadjoint Operators.* AMS Transl. Monographs, *17*, Ch. IV, Addenda (1968).
16. Krivoshein L. E., *Quelques théorèmes concernant les équations polyvibrantes de Mangeron.* Bull. Cl. Sci. Acad. R. Belg., 1972).
17. Oguztöreli M. N., *Su un problema misto concernente un'equazione polivibrante d'ordine superiore di Mangeron.* Rend. Accad. Naz. dei XL, (4), 20, 3—8 (1973).
18. Picone M., *Sufficiency Theorems concerned with General Variational Problems and Applications to Polyvibrating Boundary Value Problems.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XII(XVI), *3—4*, 19—22 (1966).
19. Bellman R., *Adaptive Control Processes.* Princeton University Press, 1961.
20. Mangeron D., *The Bellman Equations of Dynamic Programming concerning Polyvibrating Equations Boundary Value Problems.* J. Math. Anal. a. Appl., 9, *1*, 141—146 (1964).

## ECUAŢIILE PROGRAMĂRII DINAMICE PENTRU DETERMINAREA ÎNCĂRCĂRILOR CRITICE DE STABILITATE ALE UNUI ARC ELASTIC ÎN FORMĂ DE CICLOIDĂ CU SECŢIUNE VARIABILĂ

**(Rezumat)**

Se stabilesc, cu ajutorul metodei programării dinamice, încărcările critice de stabilitate ale unui arc elastic în formă de cicloidă cu secţiune variabilă, de importanţă vădită în aeronautică, precum şi în ingineria construcţiilor, în general.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 531.2

# THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES CONCERNING THE UTILISATION OF EQUIVALENT SYSTEMS IN THE ANALYSIS OF BEAMS ON ELASTIC DEFORMABLE SUPPORTS

BY

N. UNGUREANU and LUCIAN STRAT

## 1. Introduction

Elements and structures with deformable connections in outside are denoted systems with interaction ; among these, elastic outside connecting ones are much wide-spread. The behaviour of these systems is defined to a certain extent by the ratios existing between their own rigidities and those of the supports.

In what follows, references to continuously supported beams on a deformable elastic medium and on flexible discrete supports are made. Sometimes, in view of computation, continuously supported beams on deformable elastic medium are replaced with beams having a discrete basis ; this discretization is made in order to apply digital and matrix procedures proper for automatic analysis. At the same time, some types of beams on flexible supports can be replaced by beams supported on an elastic medium over their whole length.

The replacement of some elements or systems by other equivalent ones must be cautiously made, only if the available range and the errors interfering can be determined. The transition from the continuum to the discrete and reciprocally can be made without significant errors within certain limits that define the equivalence bounds. These bounds depend upon the rigidities of the elements composing the system, upon the connecting rigidities and upon the local effects, which according to Saint-Venant principle should not influence much the state of stress in the system.

## 2. Considerations about the Equivalence Principle

According the energetic principle of equivalence [1], two elastic conservative systems can be considered equivalent if their total potentials $\Pi_1$ and $\Pi_2$ are equal, that is

$$\Pi_1 = U_{i1} + U_{e1} = \Pi_2 = U_{i2} + U_{e2}, \tag{1}$$

where $U_{i1}$, $U_{i2}$ are the deformation potential energies of both systems and $U_{e1}$, $U_{e2}$ are the positional energies of the outside forces applied to them.

Minimizing the two functions $\Pi_1$ and $\Pi_2$, that means using conditions

$$\delta\Pi_1 = \delta\Pi_2 = 0, \tag{2}$$

the field of deformations and the field of stresses is to be stated.

In the mentioned work, criteria for the choice of equivalent systems are presented, starting from the equality of the densities of the deformation potential energy (of the given system and of the equivalent one).

In what follows the specific problem of equivalent systems differing by the supporting type is analysed. In the case of beams, for instance supported continuously upon an elastic medium, or upon elastic supports, two systems loaded in the same way are considered equivalent if they fill the same volume and if their displacements are identical. Actually at two systems with different supporting conditions, the identity of the displacements is not performed, however it might be imposed the restriction for their displacements to be very close, that it their deformed axes are situated in a pipe having a diameter equal to the admissible maximum deviation, $\eta$.

A continuously supported beam upon an elastic medium and the very same beam with discrete (pendular) supporting conditions are considered. For the same loading their total potentials can be written :

$$\Pi_1 = \frac{1}{2}\int EI\left(\frac{\mathrm{d}^2 v_1}{\mathrm{d}x^2}\right)^2 \mathrm{d}x + \sum_h P_h v_{1h} + \sum_i \iint_{\Omega_i} p_i v_{1i}\,\mathrm{d}\Omega + \tag{3}$$

$$+ \iiint \rho v_1\,\mathrm{d}v - \int r(x)\, v_1\,\mathrm{d}x,$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2}\int EI\left(\frac{\mathrm{d}^2 v_2}{\mathrm{d}x^2}\right)^2 \mathrm{d}x + \sum_h P_h v_{2h} + \sum_i \iint_{\Omega_i} p_i v_{2i}\,\mathrm{d}\Omega + \tag{4}$$

$$+ \iiint \rho v_2\,\mathrm{d}v - \sum_j \bar{R}_j v_{2j},$$

where $v_1$ and $v_2$ are the displacements of the two beams, $P_h$ — the applied lumped loads, $p_i$ — the distributed loading, $r(x)$ — the intensity of the supporting reaction at the continuous beam, $\bar{R}_j$ — the reactions in the pendular supports, $\rho$ — the specific mass, $EI$ — the bending stiffness of the cross-section.

Since for any point belonging to the deformed axes the relation

$$|v_1 - v_2| < \eta \tag{5}$$

must be satisfied, subtracting $\Pi_2$ from $\Pi_1$, it yields :

$$\left|\frac{1}{2}\int EI\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}(v_1+v_2)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}(v_1-v_2)\,\mathrm{d}x + \sum_h P_h(v_{1h}-v_{2h}) + \right. \tag{6}$$

$$\left. + \sum \iint P_i\,(v_{1i}-v_{2i})\,\mathrm{d}\Omega + \iiint \rho\,(v_1-v_2)\,\mathrm{d}v\right| < \delta\,(\eta),$$

$\delta(\eta_j)$ being selected in such a manner that condition (5) should be satisfied.

It follows that the appreciation of the degree in which the equivalence is carried out means to analyse the difference

$$\int r(x)\, v_1(x)\, dx - \sum_j \bar{R}_j\, v_{2j}\,, \tag{7}$$

whose module must be smaller than a number $\omega$ selected in such a way that relation (5) should be satisfied.

If the area-function $R(x)$ of the supporting reactions is considered, then $r(x)\,dx = dR(x)$ and

$$\int r(x)\, v(x)\, dx = \int v(x)\, dR(x)\,, \tag{8}$$

which is a S t i e l t j e s integer, defined as follows :

$$\int v(x)\, dR(x) = \lim \sum_{j=0}^{n-1} v(\xi_j)\,[\,R(x_{j+1}) - R(x_j)\,]\,, \tag{9}$$

with $\xi_j \in (x_{j+1},\ x_j)$.

For a finite number $n$ the sum of the second member of the relation (8) represents an approach of the first member integer. In particular we assume the span of the beam divided in $n$ subintervals (which can be also alike) and $R(x_{j+1}) - R(x_j) = R_j$ can be considered reactions of any pendular supports disposed in the midspan of every subinterval, choosing also $\xi_j$ in the middle of every interval, it results that the displacement $v(\xi_j)$ is in the direction of the reaction $\bar{R}_j$. Therefore the difference (7) in module is the same with an error which is made at the numerical evaluation of S t i e l t j e s integer measuring the positional energy of the reactive loads. Within allowable limits for these digital appreciations, a support discretization of the continuous beam can be used.

If the supporting medium is of W i n k l e r's type, then $r(x) = bkv(x)$, where $b$ is the contact width beam-medium and $k$ the stiffness coefficient of the soil. Refering to the discrete support, $\bar{R}_k = \lambda bkv_k$ represents the reaction in the $k$ support, where $\lambda$ is the distance between two consecutive supports. This case is also experimentally analysed.

### 3. Photoelastic Experimental Investigations

Elastic springs representing flexible bearings of the model beam have been installed on a set of supports (Fig. 1). Cylindrical elements provided with bearing blades have been disposed over the springs. These elements have been of two types : one for each spring and the other coupling two consecutive springs, having the bearing blade in the middle. The bearings have been carried out adjustable over the height.

The measured stiffness of a spring has been 39.41 N/cm. The tested models have been carried out from transparent epoxy-resine with a Y o u n g's modulus $E = 230{,}000$ N/cm$^2$. Two models with a 186 mm length and cross-sections of $15.6 \times 5$ mm$^2$ and $24 \times 5$ mm$^2$ have been used.

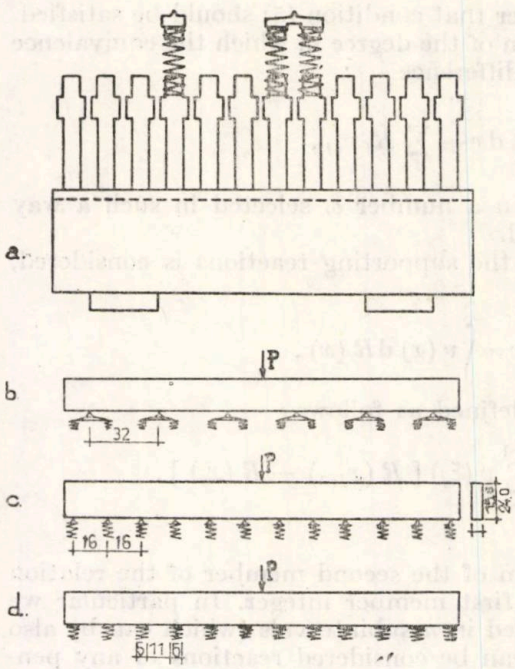



Fig. 1

By means of pure bending tests, a gauge tension $\sigma_0 = 104.25$ N/cm² has been found.

Three types of supports for every model have been carried out :

1° Six bearing supports, each of them coupling two springs, the distance between the supporting points being 32 mm (Fig. 1 *b*).

2° Support on each spring, that is 12 bearings with 16 mm intervals between them (Fig. 1 *c*).

3° Direct support on springs, between the supporting points being alternatively 11 and 5 mm (Fig. 1 *d*).

The models have been loaded step by step by means of a lumped force applied in the midspan up to the maximum value of 128.25 N and by two identical loads symetrically disposed at a distance of 64 mm, each of them having the maximum value of 80 N. The loads have been applied both between the supports also on the supports themselves.

The tests have been carried out in white light and monochromatic light, the isocline and isochromatic curves have been photo-recorded. The state of stress on the outline of the models has been quantitatively established. Fig .2 represents the isochromatic lines from model *I* loaded by a single force of 106.75 N apllied in the midspan as follows : a) in the middle of the central span for all three types of supporting (Fig. 2 *a*, *b*, *c*) ; b) in one of the central supports for the type *2* in view of comparison (Fig. 2 *d*) ; c) in one of the central supports for all three types of supporting (Fig. 2 *e*, *f*, *g*) ; d) in the neighboroud of a central bearing for the first type of support (Fig. 2 *h*).

The isochromatics from both models loaded with two symmetrical loads of 80 N at a distance of 6.4 cm between them, applied in the middle in respect to the supports for the first and second type of support are shown in Figs. 3 *a*, *b*, *c*, *d*.

Analysing the isochromatic field for the mentioned situations, it has been ascertained that they are very close each other in the case of one lumped load, as refering to their amount also to their direction, presenting reasonable differences on the outline when applying two lumped loads.

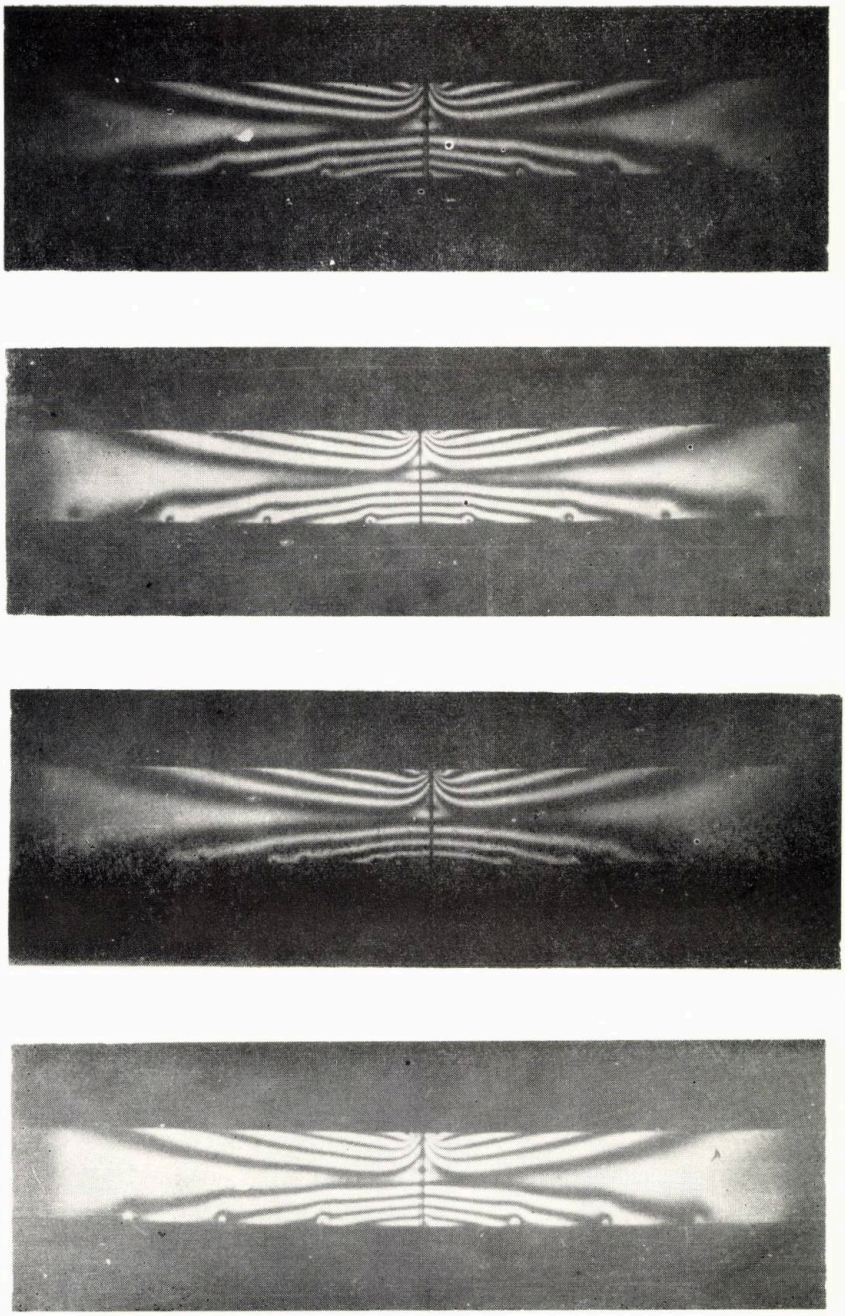



Fig. 2

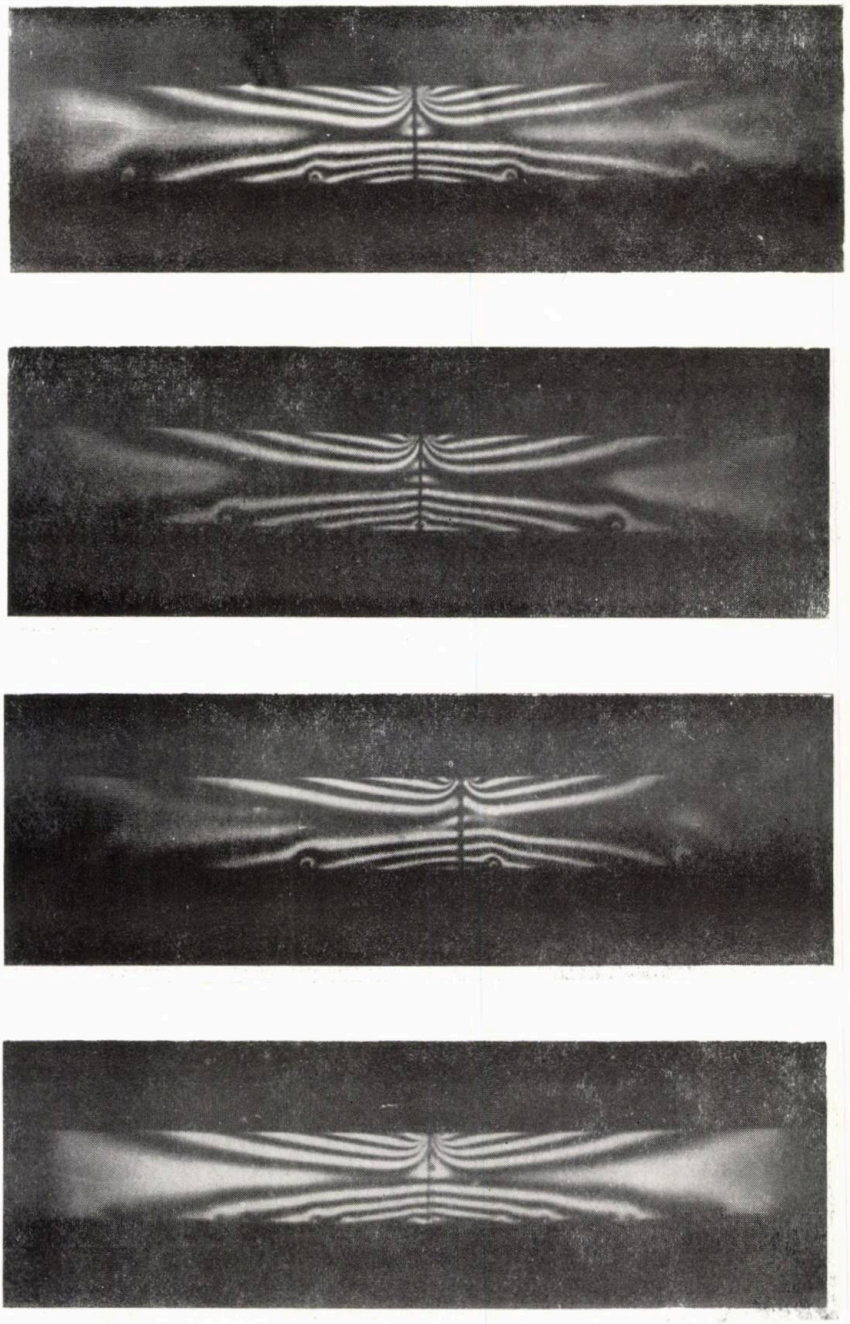



Fig. 2

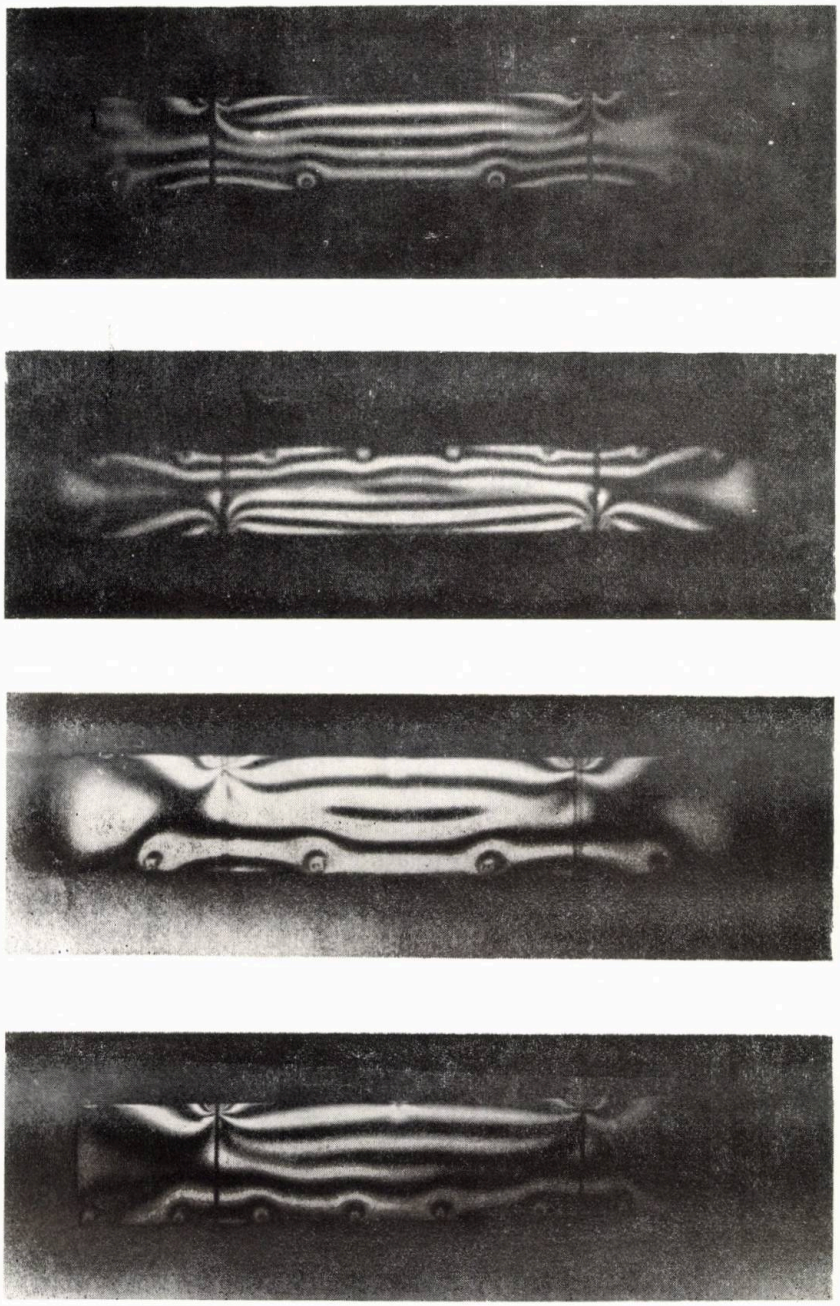



Fig. 3

## 4. Conclusions

Experimental results allow to obtain following conclusions:

1. The increase of the number of supports and the decrease in the same measure of their stiffness mark the process of succeeding from the discrete supporting to the continuous one and inversely: this proceeding can be achieved without the interference of significant modifications in the state of stresses.

2. This means that from the point of view of the state of stress, the equivalent systems obtained by the discretization of the continuous supporting, also the replacement of discrete supports with a continuous one can be used in practically defined limits. These limits can be determined analytically starting from the generally accepted errors in the digital analysis of integer (8) which was moreover confirmed by the experimental tests.

*Received, October 31, 1977*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Structural Mechanics*

REFERENCES

1. Absi E., *La théorie des équivalences et son application à divers problèmes d'élasticité et au calcul des points biais.* Ann. Trav. Publ. de Belgique, *3* (1971).
2. Ungureanu N., *Analiza fotoelastică a unor modele de grinzi pe reazeme flexibile.* The First National Symposium on Tensometry, Jassy, II (1977).

## STUDII TEORETICE ŞI EXPERIMENTALE PRIVIND UTILIZAREA SISTEMELOR ECHIVALENTE ÎN ANALIZA GRINZILOR PE REAZEME ELASTIC DEFORMABILE

(Rezumat)

Se studiază posibilitatea utilizării sistemelor echivalente în analiza stării de tensiuni a grinzilor rezemate continuu pe un suport elastic deformabil, cu ajutorul grinzilor rezemate discret pe suporţi flexibili. Sistemele echivalente obţinute prin discretizarea rezemării continue, ca şi înlocuirea rezemării discrete cu una continuă, pot fi folosite în limite practic determinate, care derivă aplicînd integrala tip Stieltjes a funcţiei reacţiunilor suportului de rezemare şi plecînd de la erorile ce se admit pentru calculul numeric al acestei integrale. Încercările fotoelastice experimentale efectuate şi rezultatele obţinute confirmă valabilitatea analizei teoretice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 581.2

# ITERATIVE ANALYSIS OF SPACE STRUCTURES

BY

ADRIAN VULPE and FLORIN MACAVEI

## 1. Introduction

When solving large systems of equations by use of a procedure of eliminating teh unknowns, the rounding-off errors involve errors in the solution. There are two ways for removing this shorthcoming [1]: a) the employment of double precision; b) the use of iterations to improve the solution.

But the employment of double precision calculus implies the necessity of a twice larger storing space. To improve the accuracy of the solution the iterative procedures may be used. Instead of using two solving procedures — one by elimination and other an iterative one — the iterative procedure may be exclusively used from the very beginning. If the matrix of coefficients changes at each step of the unknown elimination procedure, it remains always the same in iterative procedures.

The matrix of coefficients, $K$, of the system of equations in stiffness method or in finite element method :

$$K\Delta = F, \tag{1}$$

is the stiffness matrix of the structure. Instead of analysing nonnull elements distribution in the matrix, the topology of the structure may be analysed [2], [3]. Thus the position of nonnull submatrices corresponding to the joints in the matrix $K$ is stated precisely and only these submatrices are used along the whole iterative process. This is the aim of the present paper.

## 2. The Iteration Convergence

The matrix of coefficients of the system (1) may be brought to the form :

$$\overline{K} = I - C, \tag{2}$$

where $I$ is the identity matrix. Set be $\overline{F}$ the free terms modified by turning the stiffness matrix to the form with units on its diagonal. Thus :

$$\Delta = (I - C)^{-1},\ \overline{F} = (I + C + C^2 + \ldots + C^{n-1} + \ldots)\overline{F}, \tag{3}$$

if the inverse of the matrix $\overline{K}$ was represented as a series. From equation (3) results an iteration process :

$$(4a)\ \Delta^{(1)} = \overline{F}, \qquad (4b)\ \Delta^{(2)} = \overline{F} + C\overline{F} = \overline{F} + C\Delta^{(1)}, \ \ldots, \qquad (4n)\ \Delta^{(n)} = \overline{F} + C\Delta^{(n-1)}.$$

In other words, in each step, the free terms $\overline{F}$ are increased by the value of unknowns from the preceding step, multiplied by the matrix $C$.

The convergence of the iteration is assured by W i t t m e y e r's criterion. Indeed — in the case of space structures with rigid joints — the principal coefficient for the rotation unknowns is about twice greater than the sum of absolute values of off-diagonal coefficients ; the principal coefficient for the translation unknowns is at least equal to the sum of absolute values of off-diagonal coefficients, as well as for the pin-jointed structures ; this is due to the fact that, in the case of joints with bars towards the supports, these bars take part in the principal coefficient, while they are not involved in any off-diagonal coefficient.

The set of six equations corresponding to a joint $i$ of a space structure with rigid joints is considered :

$$(5) \qquad K_{i,1}\,\Delta_1 + \ldots + K_{i,i}\,\Delta_i + \ldots + K_{i,n}\,\Delta_n = F_i\,,$$

whence :

$$(6) \qquad \Delta_i = K_{i,i}^{-1}\,F_i - K_{i,i}^{-1}\,(K_{i,1} \ldots K_{i,i-1} \quad 0 \quad K_{i,i+1} \ldots K_{i,n})\,\Delta.$$

Therefore

$$(7) \qquad \overline{F}_i = K_{i,i}^{-1}\,F_i,$$

$$(8) \qquad C_i = -K_{i,i}^{-1}\,(K_{i,1} \ldots K_{i,i-1} \quad 0 \quad K_{i,i+1} \ldots K_{i,n}).$$

Using a G a u s s-J o r d a n process, as soon as the entries on the diagonal of the matrix $K_{i,i}$ become $-1$ and the other entries of $K_{i,i}$ vanish, the matrix $C_i$ is obtained as consisting of the entries of $K$ corresponding to the joint $i$, provided that the principal coefficients are taken as 0.

The procedure may be improved if only the nonnull $(6\times 6)$ submatrices are kept in the matrix $C_i$. In the case of plane topology (for example, networks of beams which describe a surface of any shape), each joint is tied by bars to at most four neighbouring joints, hence the matrix $C_i$ will have at most four nonnull submatrices for any joint $i$, $(i = 1, 2, \ldots, N)$. For the space fromeworks $C_i$ contain six nonnull submatrices.

A procedure of recording only the nonnull off-diagonal coefficients is proposed bellow. Two problems arise : a) construction of the reduced matrix and b) accomplishment of iteration in the reduced form of equation system.

### 3. Construction of the Reduced Matrix $C$

We will discuss the space structures with rigid joints in which the number of fors adjacent to a joint, that is, the number of nonnull off-diagonal corresponding submatrices, equals six. However *this procedure may be applied to any type of structure.*

First the reduced matrix $K$ is determined. For a given joint $i$ it is first recorded the principal coefficient (the $6 \times 6$ submatrix) $K_{i,i}$

and then the six off-diagonal submatrices, corresponding to the neighbouring joints (Table 1) :

Table 1

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ..... | | | | | | | | joint $i-1$ |
| $K_{i,i}$ | $K_{i,1}$ | $K_{i,2}$ | $K_{i,3}$ | $K_{i,4}$ | $K_{i,5}$ | $K_{i,6}$ | $F_i$ | joint $i$ |
| ..... | | | | | | | | joint $i-1$ |

Finally the subvector of equivalent external forces, $F_i$, is recorded.

Both the submatrices $K_{i,j}$ and subvector $F_i$ are constructed the stiffness matrices of the bars and from the efforts at their end on the basic system, expressed in the coordinates of the structure. For a bar $k$ we have :

$$AKTR = \frac{(1,1)\ (1,2)}{(2,1)\ (2,2)}, \quad SROTR = \frac{(1)}{(2)}, \tag{9}$$

where the submatrices correspond to the initial and terminal joints. Each of the six submatrices must be introduced in the reduced stiffness matrix of the structure. If the matrix $K$ were complete, the bar — joint incidence table $IT$ of type $(NB \times 2)$ would suffice, where $NB$ is the number of bars, and for each bar the origin joint and the terminal joint are recorded. The submatrices (1,1), (2,2) will be recorded in the first position in relation (9), at the origin joint and the terminal joint of the considered bar, respectively ; as regards the subvectors (1) and (2), they are introduced in the position 8 of Table 1 at the same two joints, that is (1,1) is introduced in position (IT ($k$, 1), 1) of reduced $K$ ; (2,2) is introduced in position (IT ($k$, 2), 1) of reduced $K$, and the subvectors (1) and (2) in position (IT ($k$, 1), 8), (IT ($k$, 2), 8) respectively. In the case of bars with a supported extremity, only (1,1) and (1) are introduced. Neither (1,2) nor (2,1) is introduced. If the origin joint is $i$, submatrix (1,2) of relation (9), will be recorded in one of the positions $K_{i,1}, \ldots, K_{i,6}$ of Table 1 namely in the one corresponding to the terminal joint. This position may be specified by another incidence table, $ITN$, of type $(NB \times 2)$ such that in the first column of row $k$ it is recorded the position of the terminal joint of the bar $k$ in Table 1. Hence submatrix (1,2) is introduced in position ($IT$ ($k$, 1), ($ITN$ ($k$, 1)) of the reduced matrix $K$.

Similarly, in the second column of row $k$ of $ITN$ it is recorded the position of origin joint of the bar $k$ in Table 1, where $i$ is the terminal joint. Hence submatrix (2,1) is introduced in position ($IT$ ($k$, 2), $ITN$ ($k$, 2)) of the reduced matrix $K$. For exemple, we consider the system with plane topology of Fig. 1. In Tables 2 $a$ and 2 $b$ incidence tables $IT$ and $ITN$ are given.

In order to fill in the incidence table $ITN$, the specification of the position of neighbouring joints to which each joint $i$ is tied in the reduced

matrix $K$ may be done by an incidence table denoted by *INN* (note—node incidences) which represents the reduced matrix of the equation system coefficients (Table 3).

In the case of a space structure, if a joint $i$ is tied to less than 6 joints, the row $i$ in the table *INN* will contain only the order number of the neighbour joints, the other entries being filled in with zeros. Obviously, for the considered exemple — having a plane topology — each joint has at most 4 neighbour joints, hence in relation (9) $F_i$ will take position 6 instead of 8.

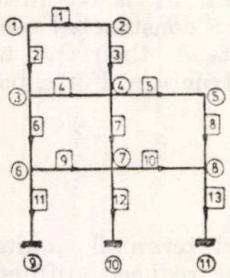


Fig. 1

Table 2 a

| Bar | O | T |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 2 | 4 |
| 4 | 3 | 4 |
| 5 | 4 | 5 |
| 6 | 3 | 6 |
| 7 | 4 | 7 |
| 8 | 5 | 8 |
| 9 | 6 | 7 |
| 10 | 7 | 8 |
| 11 | 6 | 9 |
| 12 | 7 | 10 |
| 13 | 8 | 11 |

*IT*

Table 2 b

| Bar | Position joint T | Position joint 0 |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 |
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | 3 | 2 |
| 4 | 3 | 3 |
| 5 | 4 | 2 |
| 6 | 4 | 2 |
| 7 | 5 | 2 |
| 8 | 3 | 2 |
| 9 | 3 | 3 |
| 10 | 4 | 3 |

*ITN*

By use of relations (7) and (8) one can determine vectors $\overline{F}_i$ and reduced matrices $C_i$ turning by a Gauss-Jordan type procedure the submatrix $K_{ii}$ (Table 1) to the unit matrix of order 6 via operations

Table 3

| 6 | 36 | L |
|---|---|---|
| 1 ⋱ 1 | | |
| ⋮ | | |
| 1 ⋱ 1 | C | $\overline{F}$ |
| ⋮ | | |
| 1 ⋱ 1 | | |

Table 4

| Considered joint | Neighbouring joints | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 2 | 3 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 4 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 4 | 6 | 0 |
| 4 | 2 | 3 | 5 | 7 |
| 5 | 4 | 8 | 0 | 0 |
| 6 | 3 | 7 | 0 | 0 |
| 7 | 4 | 6 | 8 | 0 |
| 8 | 5 | 7 | 0 | 0 |

on all the columns (including $F_t$). The process loops as function of $i = 1, \ldots, N$. Now in order to get matrix $C$ it is sufficient to alter the sign of these entries which in relation (9) hold positions 2, ... , 6. The location of the equation system in computer memory is at this moment the one given in Table 4.

There $L$ denotes the number of load combinations.

## 4. Accomplishment of Iteration in the Reduced Form of Equation System

The iteration is accomplished on basis of relations (4). The memory requirements do not exceed the ones represented in relation (11) to which the unknown vector is added. Indeed, the number of load combinations $L$ is at most 6 and therefore the product $C\Delta^{(n-1)}$ of equation (4 $n$) may be stored in the first $L$ columns of relation (11), in the place of unit submatrices $C$ will denote the whole memory space represented in this relation. The extented $C$ will be of size $6N \times (42 + L)$.

The iteration stars by assignment of the values $\overline{F}$ to the vector $\Delta$, $C$ is then multiplied by $\Delta$ and the result is kept in the first $L$ columns of $C$. The new value of $\Delta$ will be obtained by adding the first $L$ columns of extended $C$ to the last $L$ columns of the same matrix. The process repeated by multiplying again $\Delta$ by $C$, that is, by columns 7 ... 42 of extended $C$, the results being kept in the first $L$ columns of extended $C$. The new vector $\Delta$ is obtained by adding the first $L$ columns to the last $L$ ones of extended $C$, a.s.o., up to the moment when the differences between two successive vectors $\Delta$ are less than an initially established threshold.

The problem here arising is the calculus of $C\Delta$, where has $6N$ rows while $C$ has only 36 columns, the multiplication must be carried on separately for each of the 6 submatrices (relation (9)) corresponding to the joint $i$. $\Delta$ is considered as divided into $N$ subvectors (where $N$ is the number of joints). For the joint $i$, the submatrix is multiplied by the $IMN$ ($i$, 1)-th subvector, the second one by the $INN$ ($i$, 2)-th subvector, a.s.o. If the row of the incidence table $INN$ has at a certain moment the value zero that is if the joint $i$ is not more tied to other joints, the procedure must be applied to the next row.

## 5. The Computing Program

The program is applicable to any type of bar connection in joints. In what follows the way to accomplish an iteration loop is stated in detail, including the control of the approach to solution. We denote : $N1$ — the number of joints, except the supports ; $N1T$ — the number of unknowns ; $NG$ — the number of load combinations ; $DE1$ — the matrix of unknown displacements of size $N1T \times NG$.

```
   DØ 58 I = 1, N1T
   DØ 58 J = 1, NG
   J1 = 42 + J
58 DEL (I, J) = C (I, J1)
59 DØ 64 I = 1, N1
   DØ 63 J = 1,6
   IF (INN (I, J) ; EQ . 0) GØ TØ 64
   DØ 62 I 11 = 1,6
```

```
      DØ 61 J1 = 1,6
      IC = 6 (I — 1) + 11
      JC = 6 J + J1
      IDEL = 6 (INN (I, J) — 1) + J1
      DØ 60 L = 1, NG
      C (IC, L) = C (IC, L) + C (IC, JC) DEL (IDEL, L)
60    CØNTINUE
61    CØNTINUE
62    CØNTINUE
63    CØNTINUE
64    CØNTINUE
      DØ 65 I = 1, N1T
      DØ 65 L = 1, NG
      L1 = 42 + L
65    C (I, L) = C (I, L) + C (I, L1)
      DØ 66 I = 1, N1T
      DØ 66 L = 1, NG
66    DEL (I, L) = DEL (I, L) — C (I, L)
      CØNTRØL = 0
      DØ 67 I = 1, N1T
67    CØNTRØL = CØNTRØL + ABS (DEL (I, 1))
      DØ 68 I = 1, N1T
      DØ 68 L = 1, NG
      DEL (I, L) = C (I, L)
      C (I, L) = 0
68    CØNTINUE
      IF (CØNTRØL, GT, EPS) GØ TØ 59
```

For the pin-jointed space structures a simplification occurs since any joint has only three coordinates. The procedure is entirely valid to solve structures by finite element method. The only modification regards the number of coordinates of joints and thé fact that are element has several joints instead of origin and terminal joints.

*Received, March 22, 1978*

*Polytechnic Institut, Jassy,*
*Department of Structural Mechanics*
*and*
*Civil Engineering Institute, Bucharest*

## REFERENCES

1. Segui W. T., *Computer Programs for the Solution of System of Linear Algebraic Equations.* Int. J. Num. Meth. Engng., 7, 479—490 (1973).
2. Vulpe A., *Compactificare succesivă în rezolvarea matriceală a structurilor spațiale.* Bul. Inst. polit. Iași, XVI(XX), *3—4*, s.V, 11—20 (1970).
3. Macavei F., Macavei M., *Matrice 4- și 6- dimensionale, tridiagonale, în rezolvarea structurilor plane și spațiale.* Bul. Inst. polit. Iași, XVIII(XXII), *1—2*, s.V, 13—18 (1972).

## ANALIZA ITERATIVĂ A STRUCTURILOR SPAȚIALE

(Rezumat)

Se prezintă un procedeu iterativ de rezolvare a structurilor spațiale de orice tip prin metoda matricei de rigiditate sau prin metoda elementului finit.

Faptul că matricea coeficienților nu se modifică pe parcursul rezolvării face posibilă înregistrarea și operarea în exclusivitate cu submatricele nenule. Numărul perechilor simetrice de submatrice laterale nenule este foarte mic deoarece fiecare nod, în loc să fie legat de toate celelalte, este unit prin bare numai de nodurile vecine. Economia de memorie realizată astfel este mult mai mare decît în cazul folosirii procedeelor matricelor bandă, substructurilor sau matricelor slab populate. În ceea ce privește acuratețea, iterația poate continua pînă la orice grad de exactitate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 513.2

# CALCULUL STRUCTURILOR PLANE STATIC NEDETERMINATE, REALIZATE DIN MATERIALE CU COMPORTARE NELINIARĂ

## II. METODA DEPLASĂRILOR

DE

ȘT. JERCA și AL. DUMITRAȘ

## 1. Introducere

Preocupările actuale privind calculul de rezistență al structurilor constau în elaborarea unor tehnici de calcul prin care să se țină seama de comportarea elasto-plastică a materialelor.

În funcție de modelul reologic acceptat pentru aproximarea comportării materialelor de construcții există trei posibilități de calcul al structurilor (fig. 1) : a) calculul elastic liniar, bazat pe modelul H o o k e și folosit cu precădere în proiectare (*1*) ; b) calculul plastic, la cedare sau biografic, bazat pe modelul P r a n d t l și folosit în proiectare numai pentru structuri speciale în completarea calculului elastic (*2* și *3*) [2], [4], [8], [10] ; c) calculul elastic neliniar care face apel la procedeele pas cu pas, diferențial și N e w t o n - R a p h s o n, bazat pe modele elastic neliniare, continue sau discontinue, care datorită complexității lor sînt utilizate puțin în proiectare (*4*, *5* și *6*) [1], [3], [5], [9], [11], [12].

În [6] și [7] s-a propus un nou procedeu de calcul neliniar al structurilor prin metoda forțelor, în care sistemul ecuațiilor de condiție era obținut pe baza modelului elastic neliniar R a m b e r g - O s g o o d și rezolvat prin procedeul aproximațiilor succesive G a u s s modificat.

În lucrarea de față același procedeu este adaptat pentru rezolvarea structurilor prin metoda deplasărilor.

## 2. Relația fizică a barei drepte

Diagrama moment — curbură, obținută pe cale experimentală sau teoretică, pentru bare realizate din materiale cu comportare elasto-plastică, se aproximează suficient de bine prin modelul elastic neliniar R a m b e r g - O s g o o d, cu ecuația de stare :

$$\Phi = \frac{M}{EI} - \left[1 + a\left(\frac{M}{EI}\right)^{r-1}\right], \tag{1}$$

unde $a$ și $r$ sînt parametrii de formă ai diagramei.

Pentru bara încărcată cu eforturile și deplasările de capăt din fig. 2 rezultă prin integrarea ecuațiilor diferențiale ale fibrei medii deformate, următoarea relație fizică de flexibilitate :

$$\begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_k \\ \Delta_l \end{Bmatrix} = \frac{l}{6EI} \begin{bmatrix} 2C_1 & -C_2 & 0 \\ -C_3 & 2C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 6IC_0/A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_i \\ M_k \\ N \end{Bmatrix} + \alpha_t l \begin{Bmatrix} \Delta t^\circ/2h \\ -\Delta t^\circ/2h \\ t^\circ_{ax} \end{Bmatrix}, \tag{2}$$

unde $C_i$, $(i = 0, 1, 2, 3, 4)$, reprezintă funcțiile de corecție introduse de comportarea neliniară a materialului, $\Delta t°$ reprezintă diferența de temperatură dintre cele două fețe ale barei aflate la distanța $h$, iar $t^{\circ}_{ax}$ este temperatura medie.

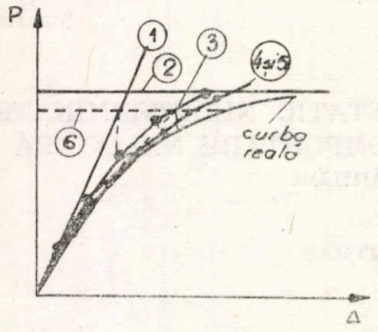



Fig. 1

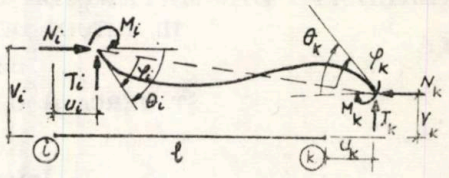



Fig. 2

Dacă $|M_i| \neq |M_j|$ atunci expresiile funcțiilor de corecție sînt:

$$(3a)\quad \begin{cases} C_1 = 1 + \dfrac{3a}{r+2}\,\Phi_i^{r-1}\,\dfrac{1}{(1+m_{ki})^2}, & C_2 = 1 - \dfrac{6a}{(r+1)(r+2)}\,\Phi_i^{r-1}\,\dfrac{r+2-m_{ki}^{r+1}}{(1+m_{ki})^2}, \\ C_3 = 1 - \dfrac{6a}{(r+1)(r+2)}\,\Phi_k^{r-1}\,\dfrac{r+2-m_{ik}^{r+1}}{(1+m_{ik})^2}, & C_4 = 1 + \dfrac{3a}{r+2}\,\Phi_k^{r-1}\,\dfrac{1}{(1+m_{ik})^2}, \end{cases}$$

unde

$$(4a)\qquad \Phi_i = \frac{M_i}{EI}, \quad \Phi_k = \frac{M_k}{EI}, \quad m_{ki} = \frac{M_k}{M_i} \quad \text{și} \quad m_{ik} = \frac{M_i}{M_k}.$$

Dacă momentele de capăt sînt egale și de semne contrare atunci:

$$(3b)\qquad C_1 = C_2 = -C_3 = -C_4 = 1 + a\Phi_{i(k)}^{r-1}.$$

Deoarece efortul axial din bară este constant rezultă:

$$(3c)\qquad C_0 = 1 + a_1 \varepsilon_x^{r-1},$$

unde $\varepsilon_x = N/EA$.

Prin inversarea expresiei (2) se obține relația fizică de rigiditate a barei exprimată cu ajutorul eforturilor și deplasărilor de capăt independente:

$$(5)\qquad \begin{Bmatrix} M_i \\ M_k \\ N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{4EI}{l}\,x_1 & \dfrac{2EI}{l}\,x_2 & 0 \\ \dfrac{2EI}{l}\,x_3 & \dfrac{4EI}{l}\,x_4 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{EA}{lc_0} \end{bmatrix} \left( \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_k \\ \Delta l \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -EIx_1^t\,\alpha_t\,\Delta t°/h \\ +EIx_2^t\,\alpha_t\,\Delta t°/h \\ \dfrac{EA}{c_0}\,\alpha_t\,t^0_{ax} \end{Bmatrix} \right),$$

unde s-au utilizat notațiile :

$$(6)\quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{3C_4}{4C_1C_4 - C_2C_3}, & x_2 = \dfrac{3C_2}{4C_1C_4 - C_2C_3}, & x_3 = \dfrac{3C_3}{4C_1C_4 - C_2C_3}, \\ x_4 = \dfrac{3C_1}{4C_1C_4 - C_2C_3}, & x_1^t = \dfrac{6C_4 - 3C_2}{4C_1C_4 - C_2C_3}, & x_2^t = \dfrac{6C_1 - 3C_3}{4C_1C_4 - C_2C_3}, \end{cases}$$

$x_i$, $(i = 1, 2, 3, 4)$, $x_j^t$ $(j = 1, 2)$, reprezentînd funcțiile de corecție introduse de comportarea neliniară a materialului.

Dacă se ține seama de relațiile geometrice evidente din fig. 2 :

$$(7)\qquad \Delta l = u_k - u_i, \quad \theta_i = \varphi_i + \frac{v_i - v_k}{l}, \quad \theta_k = \varphi_k + \frac{v_i - v_k}{l},$$

de ecuațiile de echilibru :

$$(8)\qquad N_i = -N_k = N, \quad T_i = -T_k = \frac{M_i + M_k}{l}$$

și de (5), rezultă relația fizică de rigiditate a barei exprimată în funcție de eforturile și deplasările de capăt dependente :

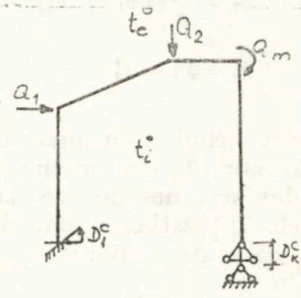



Fig. 3

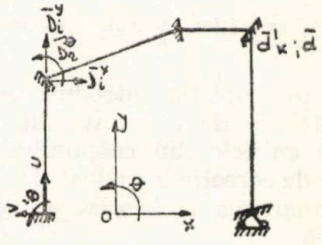


Fig. 4

$$(9)\quad \begin{Bmatrix} N_i \\ T_i \\ M_i \\ N_k \\ T_k \\ M_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{lC_0} & 0 & 0 & -\frac{EA}{lC_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3}x_9 & \frac{6EI}{l^2}x_7 & 0 & -\frac{12EI}{l^3}x_9 & \frac{6EI}{l^2}x_8 \\ 0 & \frac{6EI}{l^2}x_5 & \frac{4EI}{l}x_1 & 0 & -\frac{6EI}{l^2}x_5 & \frac{2EI}{l}x_2 \\ -\frac{EA}{lC_0} & 0 & 0 & \frac{EA}{lC_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3}x_9 & -\frac{6EI}{l^2}x_7 & 0 & \frac{12EI}{l_3}x_9 & -\frac{6EI}{l^2}x_8 \\ 0 & \frac{6EI}{l^2}x_6 & \frac{2EI}{l}x_3 & 0 & -\frac{6EI}{l^2}x_6 & \frac{4EI}{l}x_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \varphi_i \\ u_k \\ v_k \\ \varphi_k \end{Bmatrix} +$$

$$+\begin{Bmatrix} \dfrac{EAt^{\circ}_{ax}}{C_0} \\ -\dfrac{EIx^t_3\,\Delta t^{\circ}}{h} \\ -\dfrac{EIx^t_1\,\Delta t^{\circ}}{h} \\ -\dfrac{EAt^{\circ}_{ax}}{C_0} \\ \dfrac{EIx^t_3\,\Delta t^{\circ}}{h} \\ \dfrac{EIx^t_2\,\Delta t^{\circ}}{h} \end{Bmatrix},$$

unde s-au notat cu :

$$(10)\quad \begin{cases} x_5 = \dfrac{1}{3}(2x_1 + x_2), \quad x_6 = \dfrac{1}{3}(2x_4 + x_3), \quad x_7 = \dfrac{1}{3}(2x_1 + x_3), \\ x_8 = \dfrac{1}{3}(2x_4 + x_2), \quad x_9 = \dfrac{1}{2}(x_5 + x_6), \quad x^t_3 = x^t_2 - x^t_1 \end{cases}$$

funcțiile de corecție introduse de comportarea neliniară a materialului.

Matricele de rigiditate ale barei din (5) sau (9) sînt asemănătoare ca formă cu cele din calculul elastic liniar, dar sînt nesimetrice datorită funcțiilor de corecție introduse de comportarea elasto-plastică a materialului. În continuare va fi folosită relația fizică (9), care are următoarea formă matriceală :

$$(11)\qquad p_b = k_b\, d_b + p^t_b\,.$$

### 3. Stabilirea sistemului de ecuații de condiție

Se consideră o structură static nedeterminată, încărcată cu sarcinile $Q$ aplicate numai la noduri, variația de temperatură $t^{\circ}_i - t^{\circ}_e$ și cedările de reazeme $D^c$ (fig. 3). Se atașează sistemul de bază geometric determinat obținut din structura dată prin blocarea tuturor deplasărilor posibile ale nodurilor (fig. 4).

Condiția de compatibilitate geometrică a deplasărilor capetelor de bară $d'$ cu deplasările de nod $D$, în reperul general $XOY$ al sistemului de bază, se exprimă prin relația matriceală :

$$(12)\qquad d' = LD,$$

unde $L$ reprezintă matricea de incidență a structurii.

Legătura dintre deplasările capetelor de bară, raportate la reperul general $XOY$ și reperele de bară $UiV$ se exprimă prin relația matriceală :

$$(13)\qquad d = Rd',$$

unde $R$ este matricea de rotație obținută prin așezarea pe diagonala principală a matricelor de rotație dintre cele două repere. Din (12) și (13) rezultă pentru condiția de compatibilitate expresia :

$$d = RLD. \tag{14}$$

Relația fizică pentru întreaga structură, obținută din cea a barei, este :

$$p = kd + p^t, \tag{15}$$

unde $k$ reprezintă matricea asamblată de rigiditate a structurii, obținută prin așezarea pe diagonala principală a matricelor de rigiditate ale barelor date de (11). Din (14) și (15) rezultă :

$$p = kRLD + p^t, \tag{16}$$

relație valabilă pentru orice deplasări ale nodurilor $D$.

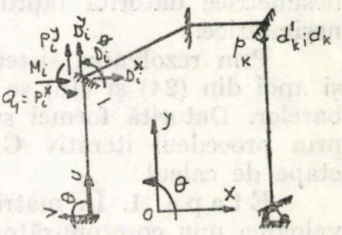


Fig. 5

Valorile reale ale acestor deplasări se obțin impunînd satisfacerea condiției de echilibru static cu ajutorul principiului lucrului mecanic virtual, varianta deplasărilor virtuale. În acest scop se consideră sistemul de bază încărcat numai cu deplasările de nod $D$, ca stare virtuală (fig. 5). Condiția de compatibilitate geometrică, referitoare la acest sistem, este :

$$\bar{d} = RL\bar{D}, \tag{17}$$

analogă cu relația (14).

Lucrul mecanic virtual exterior efectuat de solicitările de nod $P$ (unele componente ale acestui vector sînt forțele exterioare $Q$ iar restul sînt nule) pe deplasările virtuale $D$ are expresia :

$$L^v_{ext} = \bar{D}^T P, \tag{18}$$

unde prin $T$ s-a notat operația de transpunere matriceală. De asemenea lucrul mecanic virtual interior efectuat de eforturile din capetele barelor $p$ pe deplasările virtuale corespunzătoare $\bar{d}$ are expresia :

$$L^v_{int} = -\bar{d}^T p = \bar{D}^T L^T R^T (kRLD + p^t), \tag{19}$$

în care s-a ținut seama de (16) și (17).

Anularea lucrului mecanic virtual total, ce asigură satisfacerea condiției de echilibru static, conduce la sistemul de ecuații

$$KD + P^t = P, \tag{20}$$

unde s-a notat :

$$K = L^T R^T kRL, \tag{21}$$

$$P^t = L^T R^T p^t \tag{22}$$

și s-a ținut seama că elementele vectorului $\bar{D}$ sînt liniar independente.

Separînd vectorul $D$ în subvectorul $D_1$ cu componente deplasări de nod necunoscute și subvectorul $D_c$ cu componente deplasări de reazem cunoscute, sistemul (20) devine :

(23) $K_{11}D_1 + K_{12}D_c + P_1^t = P_1$, (24) $K_{21}D_1 + K_{22}D_c + P_2^t = P_2$,

unde vectorul solicitărilor de nod $P_1$ conține sarcinile exterioare $Q$ iar vectorul $P_2$—reacțiunile din reazeme. Relația (23) reprezintă de fapt sistemul ecuațiilor de condiție al metodei deplasărilor, care este asemănător ca formă cu cel din calculul elastic liniar. Acest sistem este însă neliniar datorită funcțiilor de corecție din matricele de rigiditate ale barelor introduse de comportarea elasto-plastică a materialului, care depind de eforturile din capetele barelor, deci de necunoscutele $D_1$. De asemenea matricele $K_{ij}$ sînt nesimetrice datorită faptului că matricele de rigiditate ale barelor sînt nesimetrice.

Prin rezolvarea sistemului (23) se determină deplasările de nod $D_1$ și apoi din (24) și (16) se determină reacțiunile și eforturile din capetele barelor. Datorită formei sale rezolvarea sistemului (23) se poate efectua prin procedeul iterativ G a u s s modificat, care constă în următoarele etape de calcul :

E t a p a 1. În matricele $K_{11}$ și $K_{12}$ se impun funcțiilor de corecție valoarea unu corespunzătoare calculului elastic liniar ($x_i^0 = 1$, $K_{11}^0$ și $K_{12}^0$).

E t a p a 2. Se rezolvă sistemul (23) astfel obținut și se determină prima aproximantă $D_1^0$, cu care se evaluează reacțiunile și eforturile folosind (24) și (16).

E t a p a 3. Cu aceste eforturi se calculează pentru fiecare bară funcțiile de corecție $C_i^1$ și $x_i^1$ folosind relațiile (3), (6) și (10), iar cu aceste funcții se construiesc matricele $K_{11}^1$ și $K_{12}^1$. Calculul se reia apoi cu etapa 2 și se continuă pînă cînd diferența a două aproximante succesive satisface condiția :

(25) $$| D_1^m - D_1^{m-1} | \leqslant \varepsilon,$$

cu $\varepsilon$ impus *a priori*. În fig. 6 este prezentată schema logică pentru rezolvarea structurilor din materiale cu comportare elasto-plastică prin procedeul propus.

## 4. Exemplu de calcul

Un cadru portal dublu încastrat cu bare din profil laminat $I_{10}$ sudate la noduri a fost acționat cu o forță orizontală $Q$ la nivelul riglei, care a variat în trepte (fig. 7).

Rigiditatea la încovoiere a barelor este $EI = 6\,930$ daN/m², iar parametrii de formă ai curbei $M - \Phi$, determinați pe cale experimentală [6], au valorile : $a = 152.\ 10^{10}$ m$^{10}$ și $r = 11$.

Ținînd seama de simetria structurii, antisimetria încărcării și neglijînd efectul forței axiale, pentru sistemul de bază din fig. 8 rezultă următorul sistem de ecuații neliniare :

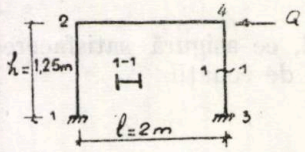



Fig. 7

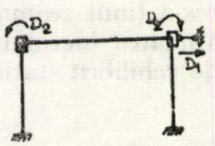



Fig. 8

(26)
$$\begin{bmatrix} \frac{12\,EI}{h^3}\,x_9^s & \frac{6\,EI}{h^2}\,x_8^r \\ \frac{6\,EI}{h^2}\,x_6^s & \frac{4\,EI}{h}\,x_4^s + \frac{4\,EI}{l}\,x_1^r + \frac{2\,EI}{l}\,x_2^r \end{bmatrix} \begin{Vmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{Vmatrix} Q.$$

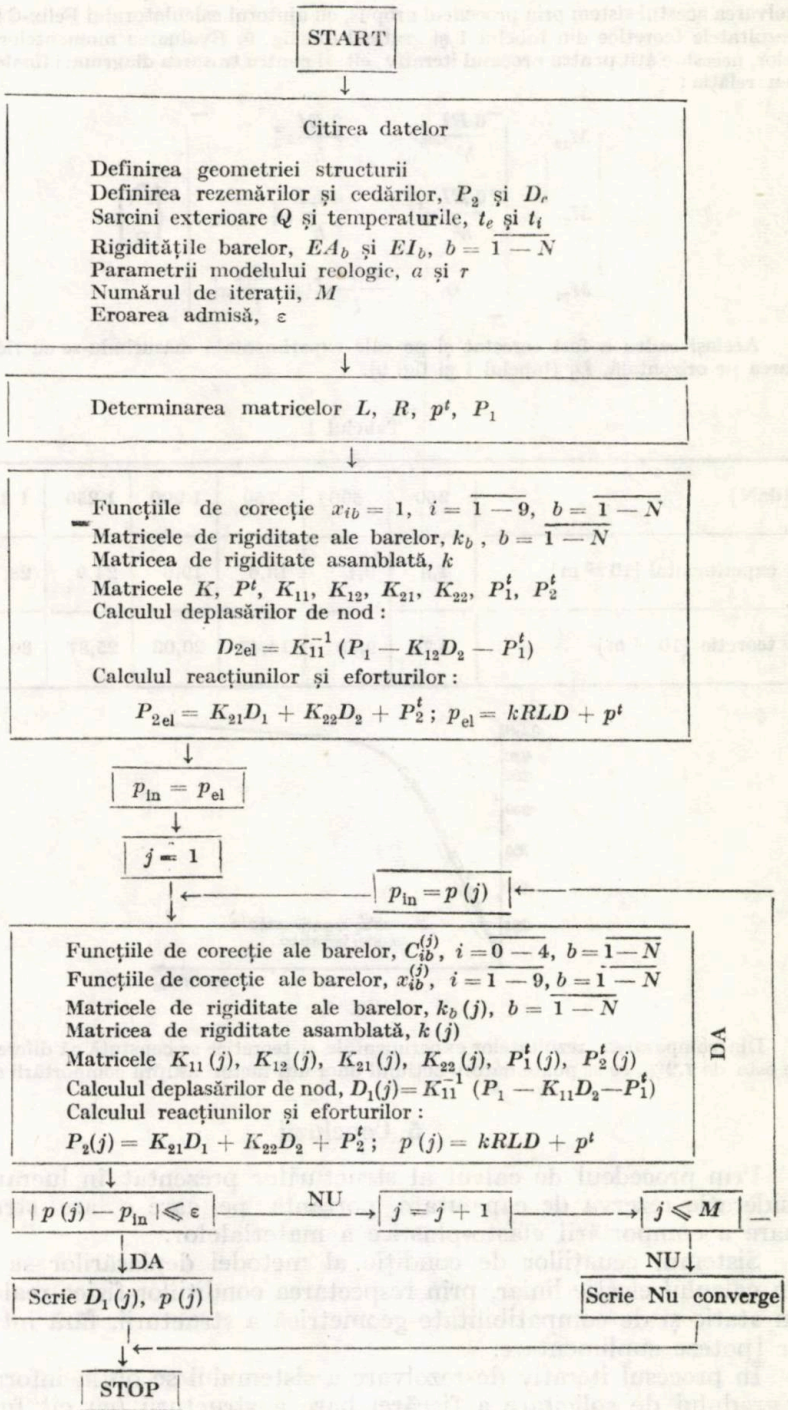

START
Citirea datelor
Definirea geometriei structurii
Definirea rezemărilor și cedărilor, $P_2$ și $D_e$
Sarcini exterioare $Q$ și temperaturile, $t_e$ și $t_i$
Rigidităţile barelor, $EA_b$ și $EI_b$, $b = \overline{1 - N}$
Parametrii modelului reologic, $a$ și $r$
Numărul de iterații, $M$
Eroarea admisă, $\varepsilon$
Determinarea matricelor $L$, $R$, $p^t$, $P_1$
Funcțiile de corecție $x_{ib} = 1$, $i = \overline{1 - 9}$, $b = \overline{1 - N}$
Matricele de rigiditate ale barelor, $k_b$, $b = \overline{1 - N}$
Matricea de rigiditate asamblată, $k$
Matricele $K$, $P^t$, $K_{11}$, $K_{12}$, $K_{21}$, $K_{22}$, $P_1^t$, $P_2^t$
Calculul deplasărilor de nod:
$D_{2el} = K_{11}^{-1}(P_1 - K_{12}D_2 - P_1^t)$
Calculul reacțiunilor și eforturilor:
$P_{2el} = K_{21}D_1 + K_{22}D_2 + P_2^t$; $p_{el} = kRLD + p^t$
$p_{ln} = p_{el}$
$j = 1$
$p_{ln} = p(j)$
Funcțiile de corecție ale barelor, $C_{ib}^{(j)}$, $i = \overline{0 - 4}$, $b = \overline{1 - N}$
Funcțiile de corecție ale barelor, $x_{ib}^{(j)}$, $i = \overline{1 - 9}$, $b = \overline{1 - N}$
Matricele de rigiditate ale barelor, $k_b(j)$, $b = \overline{1 - N}$
Matricea de rigiditate asamblată, $k(j)$
Matricele $K_{11}(j)$, $K_{12}(j)$, $K_{21}(j)$, $K_{22}(j)$, $P_1^t(j)$, $P_2^t(j)$
Calculul deplasărilor de nod, $D_1(j) = K_{11}^{-1}(P_1 - K_{11}D_2 - P_1^t)$
Calculul reacțiunilor și eforturilor:
$P_2(j) = K_{21}D_1 + K_{22}D_2 + P_2^t$; $p(j) = kRLD + p^t$
DA
$|p(j) - p_{ln}| \leqslant \varepsilon$
NU
$j = j + 1$
$j \leqslant M$
DA
NU
Scrie $D_1(j)$, $p(j)$
Scrie Nu converge
STOP

Fig. 6

Rezolvarea acestui sistem prin procedeul propus, cu ajutorul calculatorului Felix-C 256, a condus la rezultatele teoretice din tabelul 1 și graficul din fig. 9. Evaluarea momentelor din capetele barelor, necesare atît pentru procesul iterativ cît și pentru trasarea diagramei finale, se efectuează cu relația:

$$(27) \qquad \begin{Bmatrix} M_{12} \\ M_{21} \\ M_{24} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6EI}{h^2}x_5^s & \frac{2EI}{h}x_2^s \\ \frac{6EI}{h^2}x_6^s & \frac{4EI}{h}x_4^s \\ 0 & \frac{4EI}{l}x_1^r + \frac{2EI}{l}x_2^r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix}.$$

Același cadru a fost cercetat și pe cale experimentală măsurîndu-se cu fleximetrul deplasarea pe orizontală, $D_1$ (tabelul 1 și fig. 9).

Tabelul 1

| $Q$ [daN] | 250 | 500 | 750 | 1 000 | 1 250 | 1 350 | 1 450 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $D_1$ experimental [$10^{-3}$ m] | 4,5 | 9,1 | 13,6 | 19,6 | 24,9 | 28,1 | — |
| $D_1$ teoretic [$10^{-3}$ m] | 4,79 | 9,58 | 14,47 | 20,03 | 25,87 | 30,16 | 38,29 |

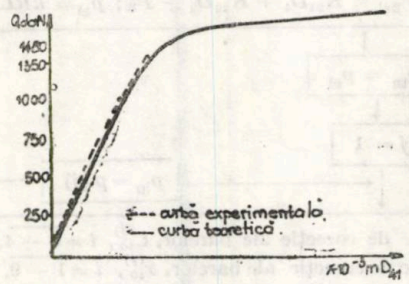



Fig. 9

Din compararea rezultatelor experimentale și teoretice se constată că diferența cea mai mare este de 7,2%, ce se poate datora acțiunii unor alți factori asupra comportării structurii.

## 5 Concluzii

Prin procedeul de calcul al structurilor prezentat în lucrare se ia în considerație rezerva de capacitate portantă pe care o are structura ca urmare a comportării elasto-plastice a materialelor.

Sistemul ecuațiilor de condiție al metodei deplasărilor se stabilește ca în calculul elastic liniar, prin respectarea condițiilor fizice reale de echilibru static și de compatibilitate geometrică a structurii, fără introducerea unor ipoteze suplimentare.

În procesul iterativ de-rezolvare a sistemului se obțin informații asupra gradului de solicitare a fiecărei bare a structurii (cu cît funcțiile de

corecție $x_i$ ale unei bare diferă mai mult de unitate, cu atît bara respectivă este mai solicitată). Pe parcursul calculului iterativ se poate modifia rigiditatea barelor mai solicitate, în scopul obținerii unei distribuții raționale a eforturilor în structură.

Automatizarea calculelor este completă și beneficiază de programele existente pentru calculul elastic liniar, fiind necesară numai introducerea unor subrutine pentru calculul funcțiilor de corecție și pentru inversarea matricelor nesimetrice.

Rezultă că procedeul de calcul propus poate fi aplicat în proiectarea curentă a structurilor, conducînd la o apropiere a ipotezelor admise, de comportarea reală a materialelor.

*Primită la 6 iulie 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mecanica construcțiilor*

## BIBLIOGRAFIE

1. Amariei C., *Calculul structurilor în domeniul plastic.* Rotaprint, Inst. polit., Iași, 1974.
2. Beedle L. S., *Plastic Design of Steel Frames.* New-York, 1958.
3. Ciongradi I., *Contribuții la determinarea răspunsului seismic neliniar al structurilor în cadre.* Teză de doctorat, Inst. polit., Iași, 1971.
4. Gheorghiu A., Pacoste C., Iordănescu M., *Privire de sinteză asupra căilor eficiente de rezolvare prin etape succesive a structurilor în domeniul elasto-plastic.* St. și cerc. de mec. apl., *6* (1970).
5. Goldberg E. J., Richard M. R., *Analysis of Nonlinear Structures.* J. Struct. Div., ASCE, *ST-6* (1963).
6. Jerca Șt., *Calculul structurilor realizate din materiale cu comportare elastic neliniară sau visco-elastică.* Teză de doctorat, Inst. constr., Buc., 1976.
7. Jerca Șt., Ciongradi I., Amariei C., *Calculul structurilor plane static nedeterminate realizate din materiale cu comportare neliniară* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXII (XXVI), *1—2*, s.V (1976).
8. Massonnet Ch., Save M., *Calcul plastique des constructions.* Vol. I, ed. II, Bruxelles, 1957.
9. Massonnet Ch. ș.a., *Calculul structurilor la calculatoare electronice*, (trad. din l. franc.). Ed. Tehn., Buc., 1974.
10. Neal B. G., *The Plastic Method of Structural Analysis.* Ed. 2, Chapman a. Hall, London, 1963.
11. Pacoste C., *Studiul comportării neliniare a structurilor.* Bul. șt. al Inst. de constr., Buc., XVI, *4* (1973).
12. Richard M. R., Goldberg E. J., *Analysis of Nonlinear Structures : Force Method.* J. Struct. Div., ASCE, *ST-6* (1965).

## THE ANALYSIS OF PLANE INDETERMINATE STRUCTURES MADE FROM MATERIALS WITH NONLINEAR BEHAVIOUR

### II. Displacements Method

(Summary)

The adaptation of displacements method is presented for the nonlinear analysis of structures based on the Ramberg-Osgood rheological model and the Gaussian successive approximation procedure for solving the systems of nonlinear equations.

The rheological model permits the definition of the nonlinear rectified functions for the elements of the flexibility matrix of a beam. This functions are used to calculate the rectified functions for the elements of the stiffness matrix of a beam. The system of equilibrium equations of the displacements method is similar to that of linear analysis.

The automatic analysis makes use of the programs of linear elastic analysis with certain additions and simple modifications.

The theoretical results obtained by the proposed method agree satisfactorily with the experimental one.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 624.07 ; 624.01

# CONTRIBUTIONS TO THE CALCULUS OF THE RESISTANCE OF PRE-STRESSED CONCRETE BEAMS

BY

N. FLOREA, C. PASCARIU and SERGIU COROBCEANU

## 1. Introduction

The pre-stressed concrete, the main construction material that is used for the industrial buildings, is characterized by a rapid and continuous development in both volume and fields of application and the technical characteristics [1].

This fact is due, on the one hand, to the economical advantages (resulting by the use of some materials with high mechanical characteristics) that are specifically to the pre-stressed concrete, and, on the other hand, it is the consequence of the high technological conditions which are ensured by the execution of the pre-stressed elements in the concrete elements factories [2].

In our country, research, design and production were directed, especially, to elements with rectilinear pre-stressed reinforcement, which have a great development in the construction practice as a result of their technological advantages.

Among them, the greatest part is represented by the beams and roof-elements with variable section, which represents high constructive solutions, comparing with the elements of constant section, both from the point of view of rational distribution of the material and the simple and economical possibilities of evacuation of rain water [4].

In the case of beams with two slopes (Fig. 1) there is not possible to obtain the necessary correspondence between the law of variation of the depth of the sections and the bending moment. The depth varies linearly, while, for the most cases of practical situations, the bending moment has a parabolic variation. Owing to this fact, the most solicitated section does not any more coincide with the middle section, where the bending moment has the greatest value.

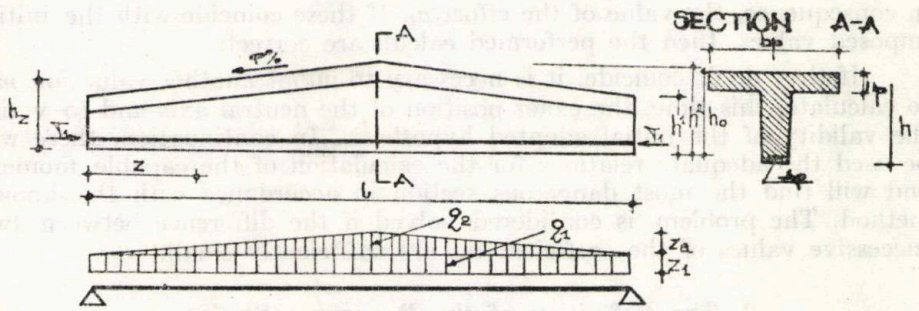



Fig. 1

In the design practice, usually, there is also analyzed the portant capacity of other sections too, but these are chosen arbitrarly, without a theoretical argumentation.

In what follows there is presented a method of determination of the most dangerous section (from the point of view of resistance) for beams simply rested on their ends and loaded with loads distributed uniformly or trapezoidal, which have a rectilinear active reinforcement. Their proposed method can be early used also for the cases when the line of reinforcement is a curved or a poligonal one (post-stressed elements).

## 2. The Principle of the Method

In the case when the profile of the beam is known and the quantity of reinforcement in the section of maximum moment is mentained constantly along the whole length of the element, the most solicitated section is determined by making equal to zero the derivate of the ratio between the capable moment and the external moment, the derivate being taken in respect with the abscissa of the section.

The solving of this problem is complicated by some difficulties generated by the fact that the capable moment is expressed by relations which depend on the position of the neutral axis and on the unit stress in the active reinforcement in the moment of breaking of the section ($\sigma_l$), which are not known.

This situation impose the necessity of using a iterative method, which consists in adopting some initial hypothesis and values for unknown elements, with the obligation of ulterior verification of their validity. If this is not possible, there is to be performed once again the whole chain of ratiocinations with another figures. The operations are repeated fill we obtain a satisfactory correspondence between the imposed calculus elements and the resulted ones.

This system of work is concretised in this case by establishing some analytical relations for the two possible situations imposed by the neutral axis, which can pass through the rib or the plate. Taking into account a certain position of the neutral axis and determining the effort $\sigma_l$ for an imposed value of the coefficient of the working conditions $m_p$, ($\sigma_l = m_p R_p$), there is possible to make explicit the capable moment and finaly we find the abscissa of the necessary section and its geometrical characteristics. Now it is possible to find out the correct value of the coefficient $m_p$ and, in consequence, the value of the effort $\sigma_l$. If these coincide with the initial imposed values, then the performed calculi are correct.

If they don't coincide, it is necessary to adopt another value for $m_p$, to calculate, this time, the exact position of the neutral axis and to verify the validity of the initial adopted hypothesis. In continuation, there will be used the adequate relations for the calculation of the capable moment and will find the most dangerous section in accordance with the known method. The problem is considered solved if the difference between two successive values of the coeficient $m_p$ are sufficiently small.

## 3. The Definition of the Dangerous Section

The most solicitated section ($z$) is determined from the condition of the minimum of ratio $M^z_{cap}/M^z_q$, that is from the equation :

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{M^z_{cap}}{M^z_q}\right) = 0. \tag{1}$$

For the most general case, of a trapezoidal loading (Fig. 1), the bending moment in some section ($z$) is calculated with the relation :

$$M^z_q = \frac{1}{4}(2q_1 + q_2)\, lz - \frac{q_1 z^2}{2} - \frac{q_2 z^3}{3l}. \tag{2}$$

### 3.2. The Neutral Axis Passes through the Rib ($x > h_p$)

The expression of the capable moment in the section $z$ with respect to the gravity centre of the active reinforcement is :

$$M^z_{cap} = 0.8\,[(h^z_0 - 0.5x)\, bx + 0.8\,(b_p - b)\, h_p\,(h^z_0 - 0.5\, h_p)]\, R_i, \tag{3}$$

where $h^z_0$ is the utile depth in the considered section.

Expressing $h^z_0$ in function of the utile depth of the end section $h^{(1)}_0$ and the slope ($p$) of the beam, and taking $\beta = 0.8\,(b_p/b - 1)$ the expression (3) will become :

$$M^z_{cap} = 0.8\, bR_i\,[\, x\,(h^1_0 + pz - 0.5\, x) + \beta h_p\,(h^1_0 + pz - 0.5\, h_p], \tag{3'}$$

The relation (1) lead to the equation :

$$M^z_q \frac{d}{dz}(M^z_{cap}) - M^z_{cap} \frac{d}{dz}(M^z_q) = 0, \tag{4}$$

where the derivates have the following expressions :

$$\frac{d}{dz}(M^z_{cap}) = 0.8\, bp\,(x + \beta h_p)\, R_i, \quad \frac{d}{dz}(M^z_q) = \frac{l}{4}(2q_1 + q_2) - q_1 z - \frac{q_2 z^2}{l}. \tag{5}$$

By introducing the variables from the relations (2), (3) and (5) in the relation (4), we obtain the equation :

$$\frac{2q_2 A z^3}{3l} + \left(\frac{q_1 A}{2} + \frac{q_2 B}{l}\right) z^2 + q_1 B z - \frac{l}{4}(2q_1 + q_2)\, B = 0, \tag{6}$$

where :

$$A = p\,(x + \beta hp), \quad B = (xh^1_0 - 0.5\, x^2 + \beta h^1_0\, h_p - 0.5\beta h^2_p).$$

In the case of a uniform distributed load ($q_2 = 0$), the relation (6) becomes :

$$\frac{q_1 A z^2}{2} + q_1 B z - \frac{l q_1 B}{2} = 0. \tag{7}$$

The depth of the compressed zone ($x$), which appears in the calculus, has the following expression :

$$x = \frac{A_p \sigma_l - 0.8\,(b_p - b)\, h_p R_i}{bR_i}, \tag{8}$$

where $\sigma_l = m_p R_p$, the coefficient $m_p$ being calculated with the expression :

$$m_p = \frac{1 - K\alpha_p}{2} + \sqrt{\left(\frac{1 - K\alpha_p}{2}\right)^2 + 0.8\,K\left(\frac{b_p}{b} - 1\right)\frac{h_p}{h_0}}. \tag{9}$$

In relation (9) the coefficient $K$ has the value 0.3 for beams with pre-stressed reinforcement and the value 0.6 for beams with post-stressed reinforcement, and

$$\alpha_p = \frac{A_p R_p}{b h_0^z R_i}. \tag{9}$$

**3.2. The Neutral Axis Passes through the Plate ($x \leqslant h_p$)**

The expression of the capable moment in the section $z$ is :

$$M^z_{cap} = 0.8\,[b + 0.8\,(b_p - b)]\,x\,(h_0^z - 0.5x)\,R_i. \tag{10}$$

If we use the notation $\eta = 1 + 0.8\,(b_p/b - 1)$, we obtain :

$$M^z_{cap} = 0.8\,\eta b x\,(h_0^1 + px - 0.5x)\,R_i. \tag{10}$$

The relation (4) lead, in this case, to the equation :

$$\frac{2q_2 p z^3}{3l} + \frac{1}{2}\left(q_1 p + \frac{q_2 C}{l}\right) z^2 + \frac{q_1 C z}{2} - \frac{l}{8}(2q_1 + q_2)\,C = 0, \tag{11}$$

where $C = 2h_0^{(1)} - x$.

If the loading is uniformly distributed ($q_2 = 0$), the relation (11) becomes :

$$2pz^2 + 2Cz - lC = 0. \tag{12}$$

The depth of the compressed zone ($x$) can be calculated in this case with the relation :

$$x = \frac{A_p \sigma_l}{\eta b R_i}, \tag{13}$$

the coefficient $m_p$, necessary for the determination of the effort, having the following expression :

$$m_p = 1 - k\frac{A_p R_p}{\eta b h_0^z R_p}. \tag{14}$$

## 4. Numerical Example

As a numerical example, are determined the dangerous section at the limit state of resistance for the pre-compressed beam with pre-stressed reinforcement represented in Fig. 2, having the following elements of calculus : a) the quantity of active reinforcement $A_p = 27$ cm$^2$ ; b) the distance between the inferior fibre and the gravity centre of the active reinforcement $a_p = 18$ cm; c) the calculus resistance of the active reinforcement $R_p = 13\,600$ daN/cm$^2$ ; d) the calculus resistance of the concrete $R_i = 250$ daN/cm$^2$ ; e) the uniform distributed calculus loading $q_1 = 6\,850$ daN/m.

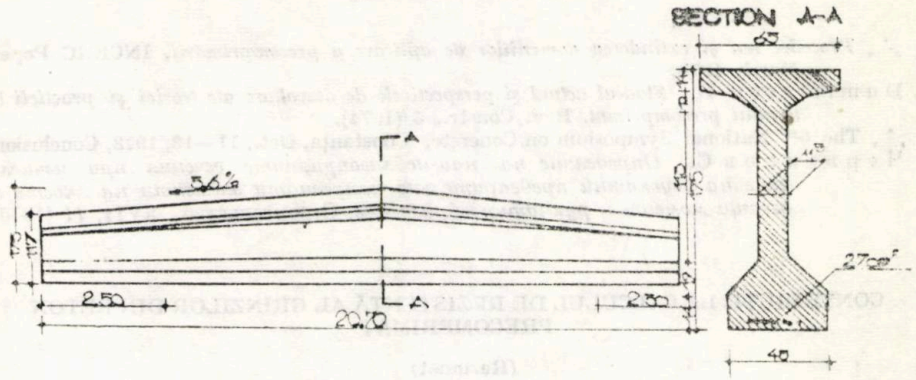



Fig. 2

Supposing that the neutral axis passes through the plate, and adopting $m_{p1} = 0.85$, we obtain from the relation (13), $x = 23$ cm.

Because there was obtained $x > h_p$, the initialy imposed hypothesis is not verified and it is necessary to calculate the depth of the compressed zone with relation (8). In this case we find $x = 43.43$ cm, and the equation (7) takes the form :

$$z^2 + 30.44\, z - 315 = 0.$$

with the solution :

$$z = 8{,}16 \text{ m}$$

For this section we obtain $h_0^z = 144.9$ cm and using relation (9) it result $m_{p2} = 0.887$.

Because $m_{p2} \neq m_{p1}$, we must repeat the calculi, adopting this time as an initial element the value of $m_{j2}$; with relation (8) we obtain $x = 48.22$ cm and the equation (7) becomes :

$$z^2 + 29.96\ z - 310 = 0.$$

Solving this equation we obtain $z = 8.13$ m.

The utile depth in the considered section has the value $h_0^z = 144.8$ cm and the coefficient of working conditions, $m_{p3} = 0.887$.

Because $m_{p3} = m_{p2}$, the iterative part of the calculus came to the end, the depth of the compressed zone ($x$) being calculated correctly.

The next step regard the verification of the portant capacity of the section with abscissa $z = 8.13$ m.

From the relation (2) it results $M_q^z = 342\,159$ daNm and from relation (3) we obtain $M_{cap}^z = 337\,654$ daNm.

It results that in the dangerous section ($z = 8.13$), the resistence condition is not accomplished ($M_{c.p}^z < M_q^z$), whilst the section situated in the half-spane obeis it of this point of view.

*Received, July 9, 1976*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Concrete and*
*Hydrotechnical Constructions*

## REFERENCES

1. *** *Procedee noi şi extinderea domeniilor de aplicare a precomprimării.* INCERC Paper, March 1976.
2. Dumitrescu D., *Stadiul actual şi perspectivele de dezvoltare ale teoriei şi practicii betonului precomprimat.* Rev. Constr., *3* (1974).
3. *** The 6st National Symposium on Concrete, Constanţa, Oct., 11—13, 1973, Conclusions.
4. Червенков С., *Определяне на наи-неблагоприятните сечения при изчисляване на двускатни предварително напрегнати елементи на якость за огващи момент и рукнатинообразуване.* Строительство, XVII, *11* (1970).

## CONTRIBUŢII LA CALCULUL DE REZISTENŢĂ AL GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRIMAT

**(Rezumat)**

Se prezintă o metodologie de stabilire a celor mai periculoase secţiuni la starea limită de rezistenţă pentru grinzile precomprimate cu profil variabil în două pante.

Se analizează cazul elementelor în formă de T, simplu rezemate la extremităţi şi cu armătură activă rectilinie.

Se demonstrează că în cazul încărcărilor uniform distribuite abscisa secţiunii cele mai solicitate rezultă din rezolvarea unei ecuaţii de gradul II, iar dacă încărcarea este distribuită trapezoidal, ecuaţia care serveşte la aflarea secţiunii periculoase este de gradul III.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 627.8; 550.3

# COMBINED FINITE ELEMENT—FINITE DIFFERENCE TECHNIQUE IN SOLVING THE ARCH DAM—RESERVOIR SEISMIC INTERACTION PROBLEM

BY

V. BREABĂN and HORIA BĂRBAT

## 1. Introduction

In the latest years, many studies have treated the dam — reservoir interaction problem during earthquakes. Obviously, the calculation of hydrodynamic pressure, with Westergaard's method do not fully satisfy all the actual design requirements. The investments and the degree of safety imposed by the construction of a dam are very high. It must be done a good estimation of the safety coefficient for dams by taking into account all the causes which determine their behaviour in time, the earthquakes being one of the most important of them [1].

The rigorous analysis of the arch dam — reservoir system is an extremely complex problem, due to the complicated shape of the dam as well as of the reservoir. Solutions are available only under severe restrictions. Thus, Zienkiewicz and Nath [2] have computed the hydrodynamic pressure during earthquakes considering the water incompressible and the dam rigid; Perumalswami and Kar [3] have solved the problem including in the analysis the compressibility of water, but the dam was rigid and had a simplified shape; Moroianu and Mihalcea [4] have assumed the dam to be flexible but the water to be incompressible. More recent studies [5], [6] have taken into account the flexible arch dam—compressible reservoir interaction pressures developed during earthquakes but only for cylindrical dams. These papers have demonstrated that by omitting the compressibility of water or the flexibility of the dam, significant errors are generated.

The present paper is concerned with the analysis of the seismic interaction arch dam — reservoir. The problem is assumed to be spatial, the dam, flexible, consisting of a linear-elastic material and the water, compressible. The equations of motion are solved by a combined finite element — finite difference method.

## 2. The Motion Equations

The dynamic equations of the arch dam discretized in finite elements, considering the dam — reservoir interaction forces (Fig. 1), may be written in matrix form as follows:

$$[M]\{\ddot{D}_a\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = \{H(t)\}, \tag{1}$$

where $[M]$, $[C]$, $[K]$ are respectively the mass, damping and stiffness matrices, $\{D\}$ — the nodal displacement vector (relative to the foundation)

and $\{H(t)\}$ — the vector of the hydrodynamic forces acting in the nodal points of the dam — reservoir interface. $\{\ddot{D}_a\}$ is the absolute nodal acceleration vector and is defined by relation :

$$\{\ddot{D}_a\} = \{\ddot{D}\} + [A]\{a_g\}, \tag{2}$$

where $[A]$ is an influence coefficients matrix and $\{a_g\}$ — the ground acceleration vector.

For solving Eqs. (1), the vector $\{H(t)\}$ must be firstly established.

Supposing that the viscousity and turbulence of water are neglected, that the liquid motion is of small amplitudes, the hydrodynamic pressure are determined by solving the wave equation :

$$\nabla^2 p(x, y, z, t) = \frac{1}{v_s^2}\ddot{p}(x, y, z, t) \tag{3}$$

for the appropiate boundary conditions. $\nabla^2$ is L a p l a c e's operator, $p(x, y, z)$ — the hydrodynamic pressure and $v_s$ — the velocity of sound in water. For solving Eq. (3) the dam (fig. 1) is considered flexible, double-curved, situated in an arbitrary shaped valley with rigid sides and the reservoir is of a finite length $L$. Only the ground acceleration component along the valley is taken into account. Thus the boundary conditions for which Eq. (3) is solved, are :

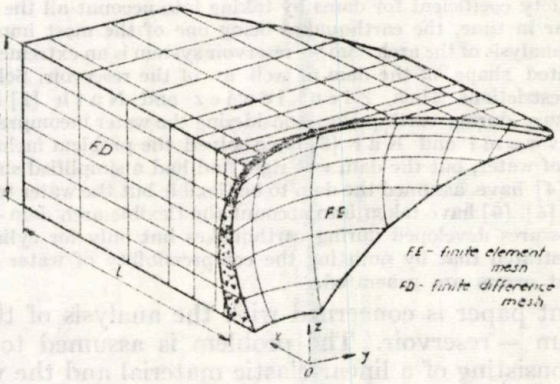



Fig. 1

1. The surface waves in the reservoir are neglected, therefore, the dynamic pressures vanish at the free surface :

$$p(x, y, z, t)\,|_s = 0. \tag{4}$$

2. On the bottom and on the sides of the reservoir :

$$\frac{\partial p(x, y, z, t)}{\partial n} = 0, \tag{5}$$

where $n$ is the outward normal at these interfaces.

3. At the end of the reservoir opposite to the dam :

$$p\,(x, y, z, t)\,|_{end} = 0. \tag{6}$$

The distance $L$ is so long that the hydrodynamic pressure may be neglected [2], [7].

4. On the arch dam—reservoir interface, considering the flexibility of the dam :

$$\frac{\partial p\,(x, y, z, t)}{\partial n} = -\rho \ddot{D}_n \tag{7}$$

and

$$\ddot{D}_n = \ddot{D} + a_n, \tag{8}$$

where $\ddot{D}_n$ is the absolute acceleration of a nodal point from the dam—reservoir interface (normal to the interface) and $a_n$ is the projection of the ground acceleration on the normal to the interface.

## 3. The Solving Method

The equation (3), whose boundary conditions are given by Eqs. (4) ... (7), is solved by the finite difference technique, discretizing the reservoir by a spatial orthogonal mesh (Fig. 1). The dam is discretized in thick shell finite elements [8].

The seismic response of the arch dam in interaction with the reservoir is obtained in the following three steps :

1. The seismic response of the dam without reservoir is computed by solving Eq. (1) for $\{H(t)\} = \{0\}$.

2. Once the absolute acceleration response of the dam is obtained, the absolute acceleration vector for the nodal points on the dam — reservoir interface is established. Then Eq. (3) is solved for the boundary conditions (4) ... (7), step by step, using the finite difference method. Thus, the time history of the hydrodynamic pressures occuring in the reservoir's nodal points is computed.

3. Starting from the pressures in the nodal points on the dam — reservoir interface, the vector of the hydrodynamic forces $\{H(t)\}$ is established ; the seismic response of the dam is recalculated for the values of the previously computed vector $\{H(t)\}$ by using Eq. (1).

## 4. Conclusions

This paper has presented a numerical technique for the analysis of the complex arch dam — reservoir interaction problem.

It has been used a combined finite element — finite difference technique which made possible the evaluation of the seismic response for double-curved dams, having in view compressibility of water.

*Received, January 10, 1977*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Concrete and*
*Hydrotechnical Constructions*
*and*
*Department of Structural Mechanics*

## REFERENCES

1. Prișcu R., *Construcții hidrotehnice*. Vol. 1, Ch. 8, EDP, Buc., 1974.
2. Zienkiewicz O. C., Nath B., *Earthquake Hydrodynamic Pressures on Arch Dams — an Electric Analogue Solution*. Proc., Instn. of Civ. Engrs., London, **25** (1963).
3. Perumalswami P. R., Kar L., *Earthquake Hydrodynamic Forces on Arch Dams*. Journ. of the Engng. Mech. Div., ASCE, **99**, *EM5* (1973).
4. Moroianu A., Mihalcea A., *Considerarea conlucrării barajelor în arc solicitate de un seism, cu lichidul din lacul de acumulare*. St. de geotehnică și fundații, Buc., **XVIII** (1974).
5. Perumalswami P. R., Kar L., *Earthquake Behaviour of Arch Dam — Reservoir Systems*. Proc. of the Fifth World Conf. on Earthq. Engng., Rome, 1973.
6. Nath B., *A Finite Element-Analogue Method for Determining the Dynamic Characteristics of an Arch Dam — Reservoir System*. Proc. of the Fifth World Conf. on Earthq. Engng., Rome, 1973.
7. Nath B., *A New Approach for the Determining of Dynamic Characteristics of a Structure — Fluid System*. Proc. of. the Conf. on Earthq. Analysis of Structures, Jassy, Romania, 1970.
8. Clough R. W., Raphael J. M., Mojtahedi S., *ADAP — A Computer Program for Static and Dynamic Analysis of Arch Dam*. Report No. EERC 73—14, Univ. of California, Berkeley, June, 1973.

## TEHNICA DE CALCUL COMBINATĂ, ELEMENTE FINITE — DIFERENȚE FINITE, PENTRU REZOLVAREA PROBLEMEI DE INTERACȚIUNE SEISMICĂ BARAJ ÎN ARC — LAC DE ACUMULARE

(Rezumat)

Se prezintă o metodă de analiză a sistemului baraj în arc — lac de acumulare, acționat de mișcări seismice. Fundamentîndu-se principalele aspecte ale problemei de interacțiune este propus un model matematic de calcul. Soluția este obținută prin utilizarea unei tehnici de calcul numeric combinate, bazată pe metodele elementelor finite și diferențelor finite.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 628.1

# STUDIUL CIRCULAȚIEI APEI ÎN REZERVOARELE PENTRU ÎNMAGAZINAREA APEI

DE

CORNELIU MANOLE și EMANOIL BÎRSAN

## 1. Introducere

Pentru asigurarea condițiilor igienice de păstrare, apa înmagazinată în rezervoare nu trebuie să staționeze un interval de timp mai mare de șase zile.

Realizarea circulației apei, în interiorul rezervorului, de la conducta de alimentare la cea de plecare, în rețeaua de distribuție, se obține, de cele mai multe ori, prin introducerea unui perete șicană [1] .

Studiul își propune să cerceteze oportunitatea acestui perete șicană pentru rezervoarele circulare, cele mai des întîlnite în practica curentă.

## 2. Considerațiuni teoretice

Se presupune că alimentarea cu apă a rezervorului are loc sub forma unui jet liber înecat, ipoteză admisă în literatura de specialitate [3] ... [5]. Mișcarea în jetul liber înecat este arătată în fig. 1. Jetul care iese din ajutajul cu diametrul $D_0$ are în secțiunea inițială o distribuție uniformă a vitezelor, $v_0$. În contact cu stratul de apă înconjurător, pe care îl antrenează treptat, jetul inițial își modifică distribuția de viteze. Se formează astfel

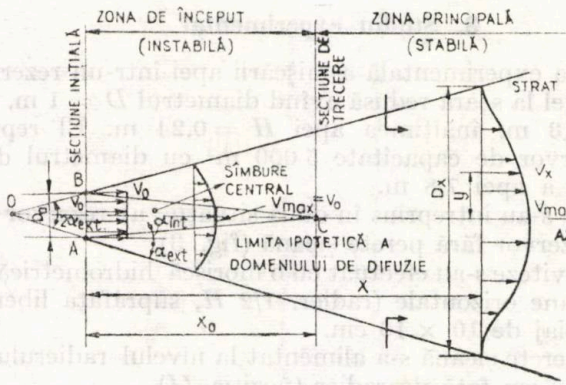



Fig. 1

două domenii ale jetului : a) un sîmbure central în care se păstrează viteza inițială $v_0$ (domeniul $ABC$) ; b) un domeniu de difuzie a apei mărginit la interior de sîmburele central iar la exterior de o suprafață aproximativ conică, de-a lungul căruia viteza locală are proiecția orizontală $v_x = 0$. Acest domeniu se continuă dincolo de secțiunea de trecere $C$, ce separă zona instabilă de cea stabilă.

Suprafața conică are vîrful în $O$ (polul jetului) și un unghi $2\alpha_{ext}$ ce depinde în principal de forma ajutajului și gradul de turbulență. După [3] acest unghi are valori cuprinse între 24° și 32°.

Stratul de apă înconjurător exercită un efect de frînare, fiind antrenat de jet care își mărește treptat secțiunea și debitul.

Deși pe suprafața de contur a jetului proiecția vitezei locale pe axa jetului este nulă, totuși viteza locală nu se anulează deoarece componenta normală pe axa jetului are o valoare diferită de zero.

După [3] avem :

$$x_0 = kD_0, \tag{1}$$

unde coeficientul $k = 6{,}2$ (pentru $\mathcal{R}e = 8.10^5$) și 5,5 (pentru $\mathcal{R}e = 2.10^4$). Relația (1) este confirmată și de lucrarea [4] unde :

$$x_0 = 12{,}4\,\frac{D_0}{2} = 6{,}2\,D_0. \tag{2}$$

La distanța $x$ de intrare se pot scrie relațiile :

$$v_{max} = \frac{kD_0 v_0}{x}, \tag{3}$$

$$Q = 0{,}32\,\frac{xQ_0}{D_0}, \tag{4}$$

$$D_x = D_0 + 2x \operatorname{tg} \alpha_{ext}, \tag{5}$$

$$\frac{v_x}{v_{max}} = \left[1 - \left(\frac{y}{D_x/2}\right)^{1{,}5}\right]^2. \tag{6}$$

Pentru trecerea de la un rezervor circular la un model redus se adoptă legea de similitudine Reech-Froude, verificată experimental în lucrarea [5]. La o scară geometrică $\lambda$ a rezultat pentru scara vitezelor și timpului $\lambda^{1/2}$ și pentru scara debitelor $\lambda^{5/2}$.

### 3. Studiu experimental

Pentru studierea experimentală a mișcării apei într-un rezervor circular s-a folosit un model la scară redusă avînd diametrul $D = 1$ m, înălțimea rezervorului $H_R = 0{,}3$ m, înălțimea apei $H = 0{,}24$ m. El reprezintă la scara 1/32,5 un rezervor de capacitate 5 000 m³ cu diametrul de 32,5 m și înălțimea maximă a apei 7,8 m.

Experimentările s-au intreprins în două situații : a) rezervor cu perete șicană (fig. 2) ; b) rezervor fără perete șicană (fig. 3).

Măsurătorile de viteze s-au efectuat cu o morișcă hidrometrică „A.OTT. Kempten" în trei plane orizontale (radier, 1/2 $H$, suprafața liberă a apei) în nodurile unui caroiaj de 10 × 10 cm.

Rezervorul cu perete șicană s-a alimentat la nivelul radierului (poziția $I$) și la nivelul $h = 12$ cm față de radier (poziția $II$).

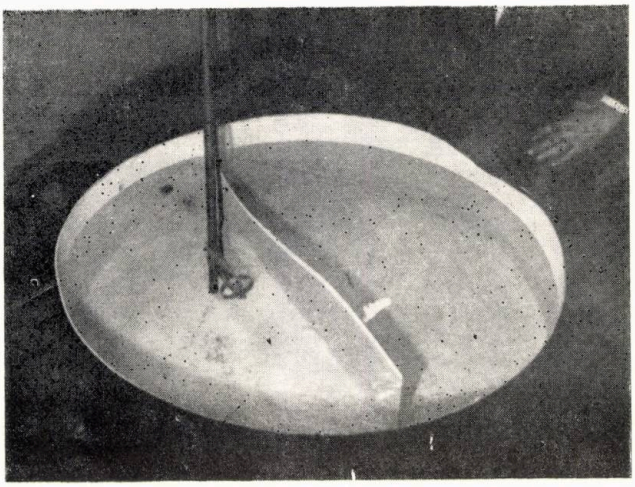


Fig. 2

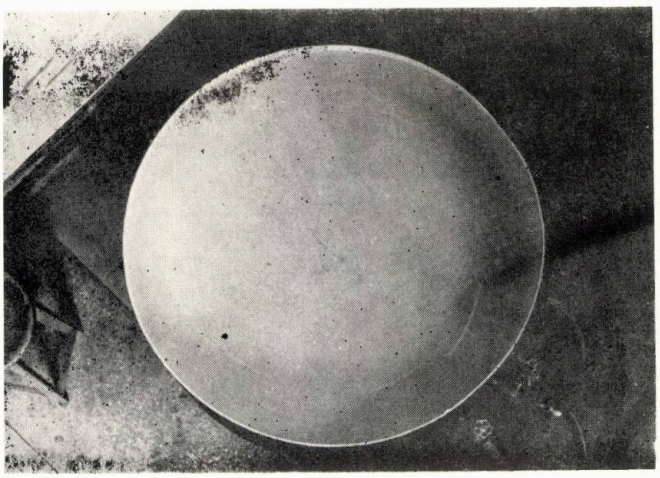


Fig. 3

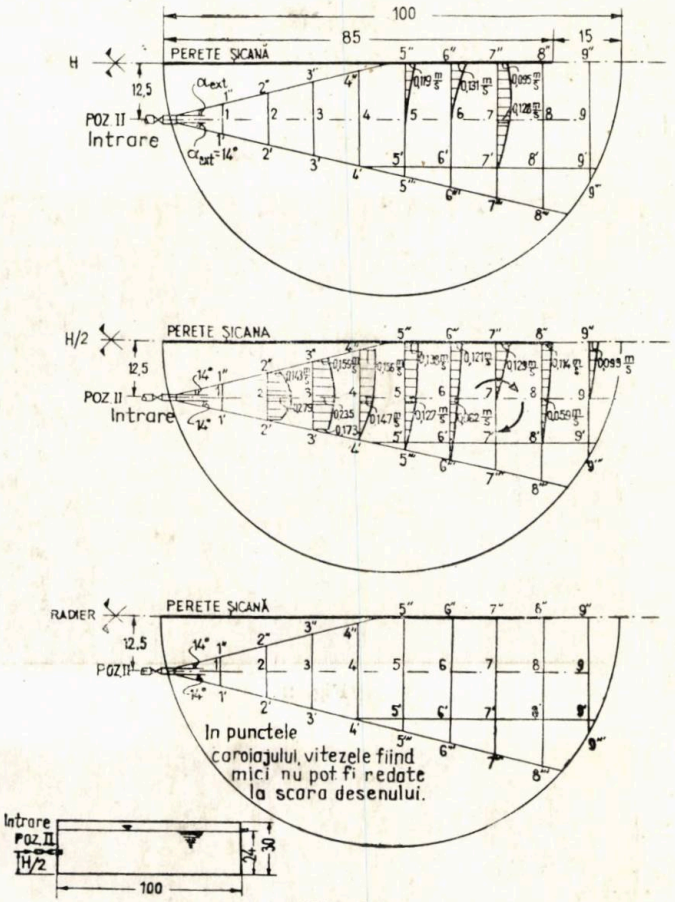

100
85
15
PERETE ȘICANĂ
H
12,5
POZ II
Intrare
$\alpha_{ext}$
$\alpha_{int}=14°$
H/2
RADIER
In punctele
caroiajului, vitezele fiind
mici nu pot fi redate
la scara desenului.
Intrare
POZ II
H/2
30
24
100

Fig. 5

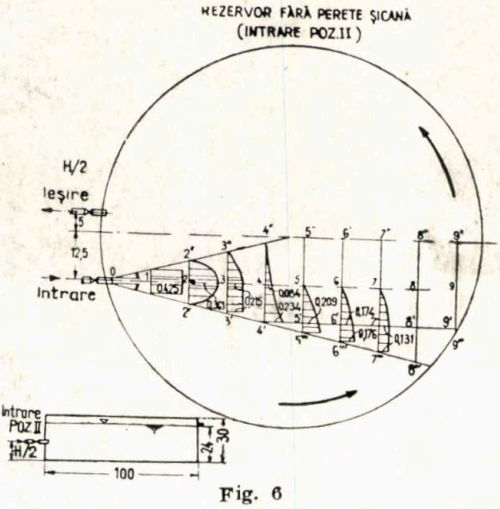

REZERVOR FĂRĂ PERETE ȘICANĂ
(INTRARE POZ.II)
H/2
Ieșire
12,5
Intrare
Intrare
POZ II
H/2
30
24
100

Fig. 6

Din fig. 4 rezultă că alimentarea în poziția *I* ($Q_0 = 0{,}33$ l/s, $v_0 = 0{,}279$ m/s) conduce la o circulație bună a apei la fundul rezervorului,

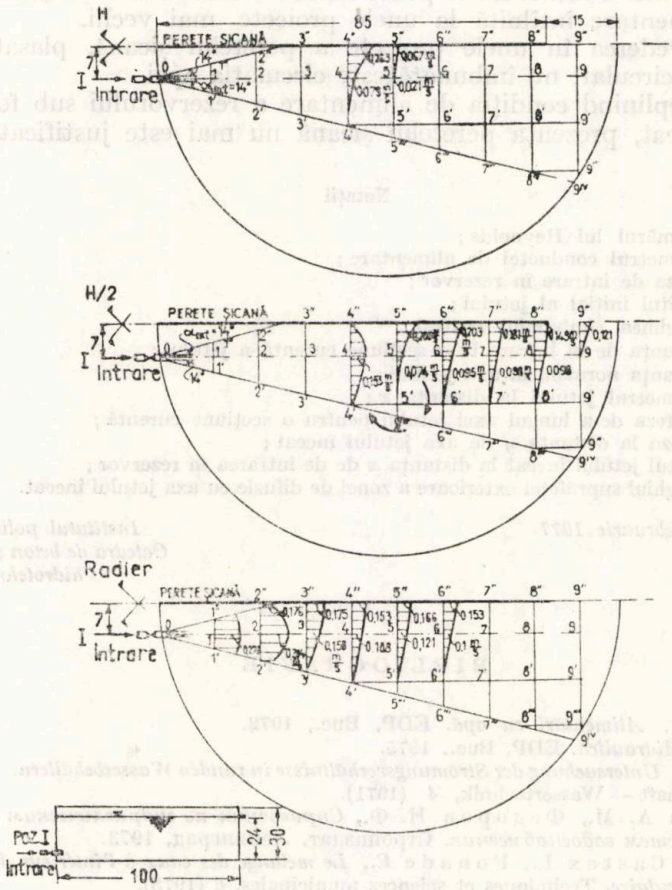



Fig. 4

mai slabă la $H/2$ și defectuoasă la suprafața apei. La nivelul $H/2$, în zona centrală se produc turbioane. Din acest motiv s-a ales alimentarea în poziția *II*. În acest caz (fig. 5) circulația apei este bună la nivelul $H/2$. Este mai slabă la radier și suprafața apei. Zona cu turbioane se deplasează spre peretele opus.

Rezervorul fără perete șicană (fig. 6) s-a alimentat în poziția *II* ($Q_0 = 0{,}526$ l/s, $v_0 = 0{,}425$ m/s). Vitezele cresc spre perimetrul rezervorului, rezultînd o bună circulație a apei, vizualizată și în fig. 3, cu granule de polistiren expandat.

## 4. Concluzii

1. Alimentarea cu apă a unui rezervor de înmagazinare trebuie să se facă orizontal sau cu o înclinare care să asigure condiția de jet liber înecat.

În acest mod se realizează circulația apei în rezervor și prin urmare condiții igienice corespunzătoare normelor în vigoare.

2. Sub nici o formă nu se poate admite o alimentare verticală a rezervorului, alimentare întîlnită la unele proiecte mai vechi.

3. Prevederea în unele proiecte a peretelui șicană, plasat în axul rezervorului circular, nu îmbunătățește circulația apei.

4. Îndeplinind condiția de alimentare a rezervorului sub forma unui jet liber înecat, prezența peretelui șicană nu mai este justificată.

Notații

$\mathcal{R}_e$ — numărul lui Reynolds ;
$D_0$ — diametrul conductei de alimentare ;
$v_0$ — viteza de intrare în rezervor ;
$Q_0$ — debitul inițial al jetului ;
$x_0$ — lungimea sîmburelui central ;
$x$ — distanța de la intrare la o secțiune curentă a jetului ;
$y$ — distanța normală la axa jetului ;
$D_x$ — diametrul jetului la distanța $x$ ;
$v_{max}$ — viteza de-a lungul axei jetului pentru o secțiune curentă ;
$v_x$ — viteza la distanța $y$ de axa jetului înecat ;
$Q$ — debitul jetului înecat la distanța $x$ de de intrarea în rezervor ;
$\alpha_{ext}$ — unghiul suprafeței exterioare a zonei de difuzie cu axa jetului înecat.

*Primită la 24 februarie 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de beton și construcții hidrotehnice*

## BIBLIOGRAFIE

1. Trofin P., *Alimentări cu apă.* EDP, Buc., 1972.
2. Cioc D., *Hidraulică.* EDP, Buc., 1975.
3. Braun W., *Untersuchung der Strömungsverhältnisse in runden Wasserbehältern.* Wasserwirtschaft — Wassertechnik, *4* (1971).
4. Курганов А. М., Федоров Н. Ф., *Справочник по гидравлическим расчетами систем водоснабжения.* Стройиздат, Ленинград, 1973.
5. Boule P., Castex L., Fonade C., *Le mélange des eaux à l'intérieur d'un réservoir circulaire.* Techniques et sciences municipales, *6* (1973).

## THE STUDY OF WATER CIRCULATION IN RESERVOIRS FOR WATER STORAGE

(Summary)

The necessity of the baffle wall in storage water reservoirs is discussed.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.1

# PROCEDEU GRAFO-ANALITIC PENTRU ESTIMAREA ÎMPINGERII ACTIVE EXERCITATE DE PĂMÎNTURILE COEZIVE ASUPRA ELEMENTELOR DE SPRIJINIRE

DE

ANGHEL STANCIU, V. MUŞAT, PAULICĂ RĂILEANU şi N. BOŢI

## 1. Introducere

Considerînd un pămînt coeziv susţinut lateral de un zid de sprijin (fig. 1), asupra acestuia din urmă se exercită împingerea activă, $E_a$. Determinarea mărimii împingerii active rezultante precum şi a distribuţiei acesteia pe paramentul elementului de sprijinire a constituit obiectul a numeroase studii teoretice şi de laborator.

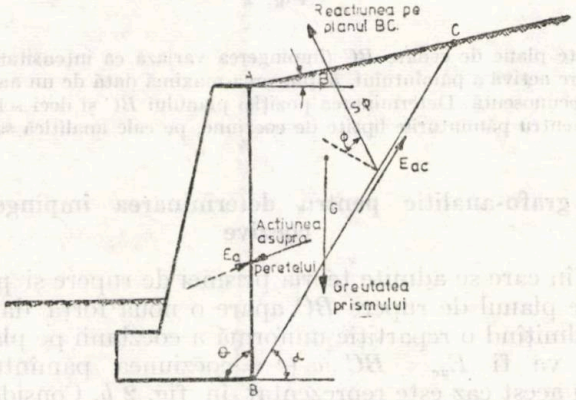



Fig. 1

Una din soluţiile de estimare a împingerii active a pămînturilor o reprezintă metoda C o u l o m b. Această metodă deşi nu surprinde totalitatea fenomenelor fizico-mecanice de interacţiune zid — masiv de pămînt conduce la rezultate cu o aproximaţie suficient de bună pentru cazurile întîlnite în practică. Este o întîmplare fericită că metoda C o u l o m b este cu atît mai puţin inexactă cu cît situaţia este mai apropiată de cazurile mai frecvente din practică [1].

## 2. Ipotezele teoriei C o u l o m b

În exemplele tratate, C o u l o m b presupune cazul unui masiv de pămînt „aşezat de curînd în umplutură", deci cu o coeziune neglijabilă. El admite că în urma unei mici deplasări a elementului de sprijin (fig. 2) se desprinde o prismă de pămînt delimitată de suprafaţa de cedare

*BC*, presupusă plană. Admițind că pe suprafețele *AB* și *BC* ale prismei de pământ *ABC* se dezvoltă reacțiuni capabile să susțină prisma în echilibru, poligonul forțelor este cel din fig. 2 *a*.

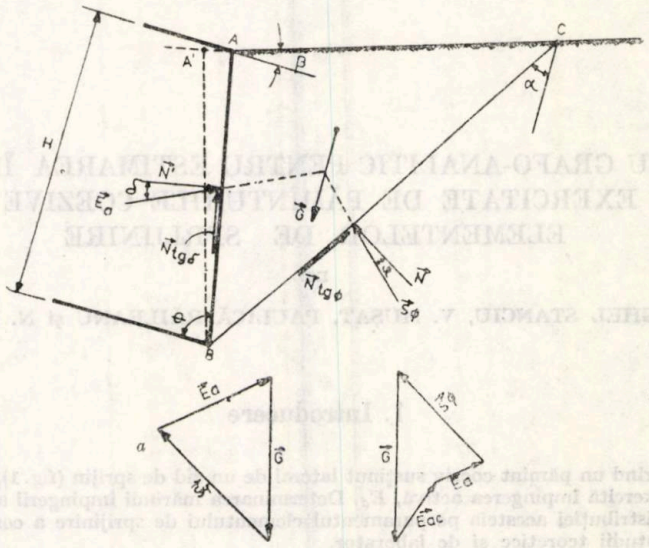



Fig. 2

Considerînd diferite plane de cedare *BC* (împingerea variază ca intensitate) C o u l o m b definește ca împingere activă a pământului, împingerea maximă dată de un anumit plan de cedare *BC*, de direcție necunoscută. Determinarea poziției planului *BC* și deci soluționarea problemei poate fi făcută pentru pământurile lipsite de coeziune, pe cale analitică sau grafică [2] ... [4].

## 3. Procedeu grafo-analitic pentru determinarea împingerii pământurilor coezive

În cazul în care se admite teoria prismei de rupere și pentru pământurile coezive, pe planul de rupere *BC* apare o nouă forță datorată coeziunii pământului. Admițînd o repartiție uniformă a coeziunii pe planul de cedare, rezultanta ei va fi $E_{ac} = BC \cdot c$ ($c$ = coeziunea pământului). Poligonul forțelor pentru acest caz este reprezentat în fig. 2 *b*. Considerînd pe $x$ drept parametru ce determină poziția planului de cedare *BC* (fig. 3), greutatea prismei *ABC* fiind :

$$G = \frac{1}{2} x \, \overline{BF} \, \gamma$$

unde :

$$\overline{BF} = \overline{AB} \sin(\theta + \beta), \text{ cu } \overline{AB} = \frac{H}{\sin \theta}$$

și deci

$$\overline{BF} = H \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \theta}$$

se obține :

$$G = \frac{1}{2} \gamma x H \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \theta}.$$

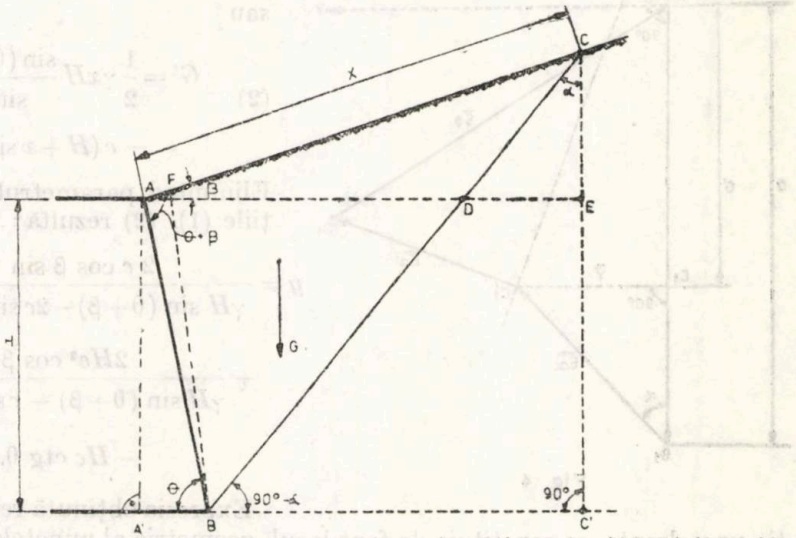



Fig. 3

Valoarea rezultantei coeziunii $E_{ac}$ rezultă a fi :

$$E_{ac} = \overline{BC} \cdot c$$

unde

$$\overline{BC} = \frac{\overline{CC'}}{\cos \alpha}, \text{ cu } \overline{CC'} = H + x \sin \beta$$

astfel că

$$E_{ac} = c \frac{H + x \sin \beta}{\cos \alpha}.$$

Cu aceste valori se construiește poligonul forțelor (fig. 4) făcînd următoarele notații : $\overline{A_1C_1} = G'$, $\overline{C_1C_1'} = y$.

Examinînd fig. 4 rezultă :

$$y = E_{ac} \sin \alpha = c (H + x \sin \beta) \operatorname{tg} \alpha, \qquad G' = G - E_{ac} \cos \alpha.$$

Din fig. 3 rezultă :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{BC'}}{\overline{CC'}} = \frac{\overline{A'C'} - \overline{A'B}}{\overline{C'E} + \overline{CE}} = \frac{x \cos \beta - H \operatorname{ctg} \theta}{H + x \sin \beta}$$

și deci

$$y = c (x \cos \beta - H \operatorname{ctg} \theta). \tag{1}$$

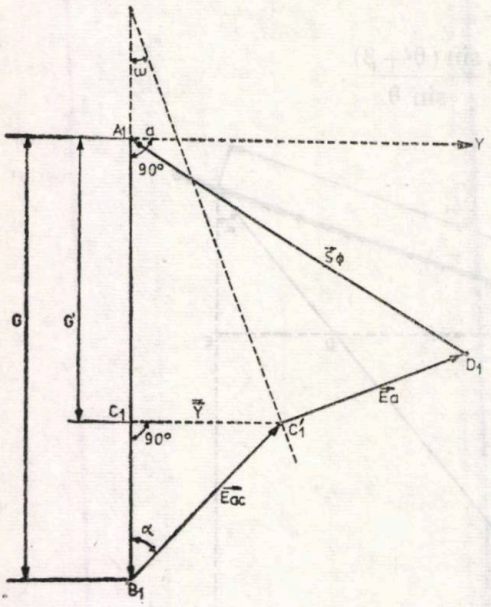



Fig. 4

Prin urmare

$$G' = \frac{1}{2}\gamma\, x H \frac{\sin(\theta+\beta)}{\sin\theta} - E_{ac}\cos\alpha$$

sau

$$G' = \frac{1}{2}\gamma x H \frac{\sin(\theta+\beta)}{\sin\theta} - c\,(H + x\sin\beta). \tag{2}$$

Eliminînd parametrul $x$ între relațiile (1), (2) rezultă:

$$y = \frac{2c\cos\beta\sin\theta}{\gamma H\sin(\theta+\beta) - 2c\sin\beta\sin\theta} G' + \frac{2Hc^2\cos\beta}{\gamma H\sin(\theta+\beta) - c\sin\beta\sin\theta} - Hc\operatorname{ctg}\theta.$$

Expresia obținută reprezintă ecuația unei drepte, ce constituie de fapt locul geometric al punctelor $C_1'$ din poligonul forțelor (fig. 4). Panta acestei drepte (fig. 4) și tăietura pe axa $y$ vor fi:

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{2c\cos\beta\sin\theta}{\gamma H\sin(\theta+\beta) - 2c\sin\beta\sin\theta},$$

$$a = \frac{2Hc^2\cos\beta}{\gamma H\sin(\theta+\beta) - c\sin\beta\sin\theta} - Hc\operatorname{ctg}\theta.$$

Poligonul forțelor din fig. 4 poate fi construit ca în fig. 5. Rabătînd acest poligon pe linia de taluz natural utilizînd procedeul C u l m a n n

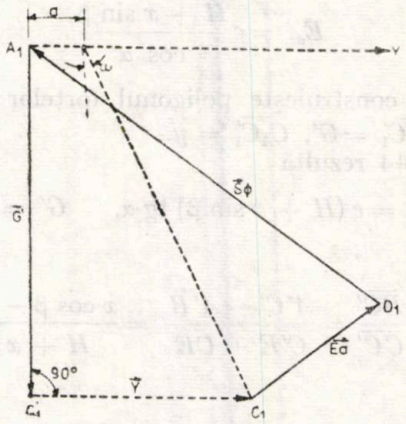



Fig. 5

[1] ... [4] rezultă procedeul grafic de determinare a împingerii active a pământului coeziv, prezentat în fig. 6.

Construcția grafică din fig. 6 este realizată pentru cazul general, paramentul zidului fiind înclinat cu unghiul $\theta$ față de orizontală și suprafața terenului făcînd unghiul $\beta$ cu orizontala. Dreapta de ecuație cunoscută, prezentînd tăietura $a$ și panta tg $\omega$, are semnificația unei lini de taluz natural pentru pământul cu coeziunea $c$, linie în raport cu care se poate stabili valoarea împingerii active $E_a$ ce ține cont de influența coeziunii și a frecării pe planul de cedare. Astfel :

$$G_i' = G_i - c\,(H + x \sin \beta)$$

unde $G_i$ — greutatea prismei de pământ la poziții succesive ale planului de alunecare ($ABB_1$, $ABB_2$, $ABB_3$, ...). Împingerea activă $E_a$ este măsurată la scara grafică a greutăților.

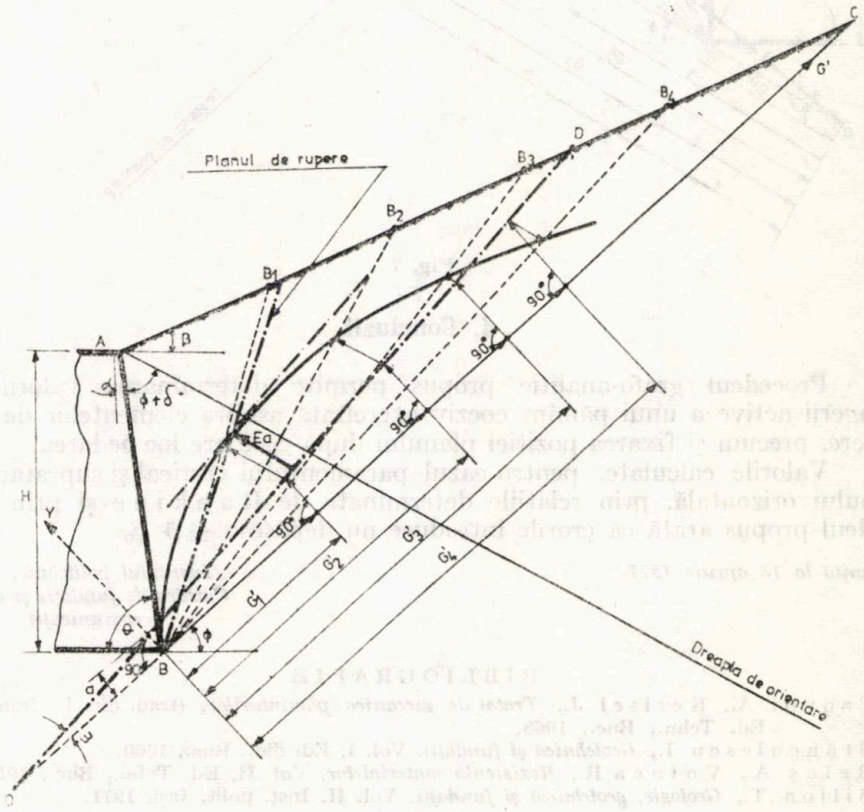



Fig. 6

Particularizarea procedeului grafo-analitic propus pentru cazul paramentului vertical ($\theta = 90°$) și suprafață orizontală ($\beta = 0$) a terenului este arătată în fig. 7. Tăietura dreptei și panta acesteia au valorile : $a = 2c^2/\gamma$ și respectiv tg $\omega = 2c/\gamma H$.

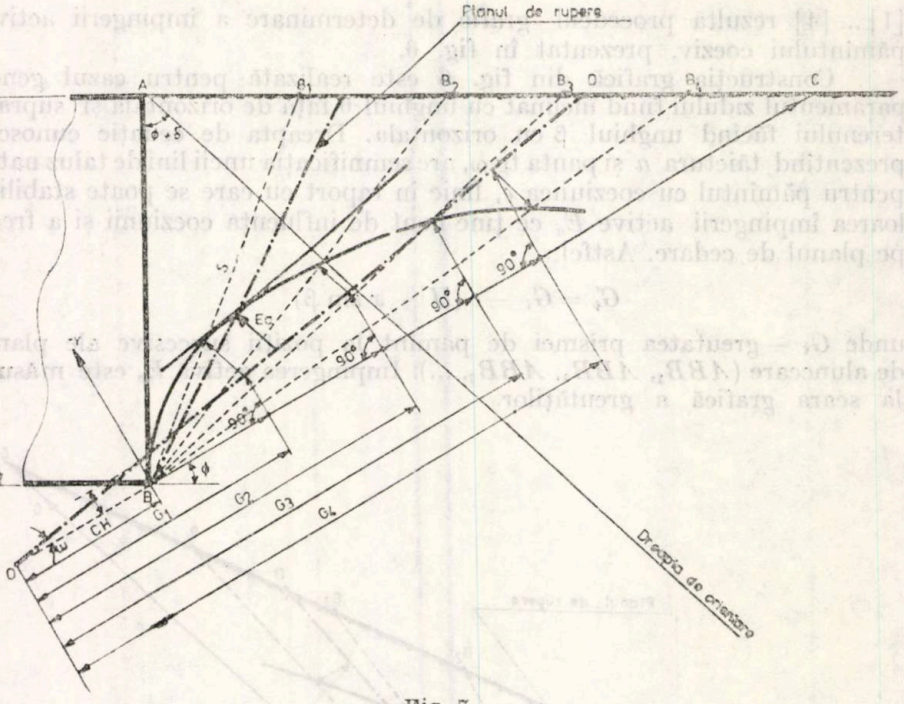



Fig. 7

## 4. Concluzii

Procedeul grafo-analitic propus permite determinarea valorii împingerii active a unui pământ coeziv exercitată asupra elementelor de susținere, precum și fixarea poziției planului după care are loc cedarea.

Valorile calculate, pentru cazul paramentului vertical și suprafața terenului orizontală, prin relațiile determinate de R a n k i n e și prin procedeul propus arată că erorile introduse nu depășesc $\pm 5$ %.

*Primită la 13 aprilie 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de fundații și căi de comunicații*

### BIBLIOGRAFIE

1. C a q u o t A., K é r i s e l J., *Tratat de mecanica pămînturilor*, (trad. din l. franceză). Ed. Tehn., Buc., 1968.
2. S t ă n c u l e s c u I., *Geotehnică și fundații*. Vol. I, Ed. did., Buc., 1960.
3. B e l e ș A., V o i n e a R., *Rezistența materialelor*. Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1958.
4. S i l i o n T., *Geologie, geotehnică și fundații*. Vol. II, Inst. polit. Iași, 1971.

### A NEW METHOD FOR DETERMINATION OF THE ACTIVE RESISTANCE OF THE COHESION SOILS ON THE RETAINING WALLS

(Summary)

The determination of the active resistance of the cohesion coils dn the retaining walls is effectuated. Particular attention is given to the manner in which values of the active resistance varied with both retaining walls parameters and soils properties.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.02

# COMPORTAREA LA ÎNCĂRCARE DE DURATĂ A UNUI LUMINATOR DE SUPRAFAȚĂ MARE, DIN POLIESTERI ARMAȚI CU FIBRE DE STICLĂ (PAS)

DE

VIRGIL FOCȘA, AL. CIORNEI și N. CIORNEI

## 1. Introducere

Luminatoarele aplicate în prezent, cu schelet de oțel și sticlă (mai rar cele cu schelet de beton armat), prezintă unele dezavantaje și anume : greutate sporită, consum mare de metal, posibilitatea producerii accidentelor prin spargerea sticlei, iluminare neuniformă, cu străluciri.

O parte dintre acestea au fost eliminate prin folosirea luminatoarelor tip cupoletă din mase plastice și anume din polimetacrilat de metil sau poliesteri armați cu fibre de sticlă.

Luminatoarele tip cupoletă din polimetacrilat de metil, ce se execută în prezent, prezintă suprafețe pînă la 4,0 $m^2$ și nu asigură iluminarea uniformă, fără străluciri, neînlăturînd efectul de „lentilă".

Luminatoarele de suprafață mare (8 $m^2$) din PAS elimină aceste dezavantaje — iluminarea este uniformă, difuză și confortabilă. La acestea se adaugă avantajul eliminării aproape complete a consumului de metal.

Pentru cunoașterea comportării structurilor din PAS este necesară studierea acestora la încărcare de durată ca și stabilirea variației în timp a proprietăților mecano-elastice.

În cele ce urmează se prezintă rezultatele unor încercări de curgere lentă, efectuate pe un luminator de suprafață mare, montat la o hală industrială, în colaborare cu I.C.M., Vaslui (fig. 1).

## 2. Concepția și caracteristicile luminatorului

Luminatorul de suprafață mare (8 $m^2$), din poliesteri armați cu fibre de sticlă, a fost conceput pentru a asigura o iluminare comparabilă cu cea a luminatoarelor clasice (metal și sticlă armată) și pentru a suporta acțiunile ce pot apare în exploatare (zăpadă).

Pentru a satisface în grad maxim cerințele statice și funcționale, luminatorul a fost conceput din elemente conice intersectate, de grosime de numai cîțiva milimetri (fig. 2).

La concepția luminatorului, în afara rigidității formei s-a avut în vedere și principiul greutății minime, pentru a micșora prețul de cost.

Luminatorul de suprafață mare, din PAS, este alcătuit din două tronsoane, pentru a se obține o execuție ușoară și reducerea îmbinărilor. Teșirea la capete a conoizilor a fost adoptată pentru a evita îmbinări su-

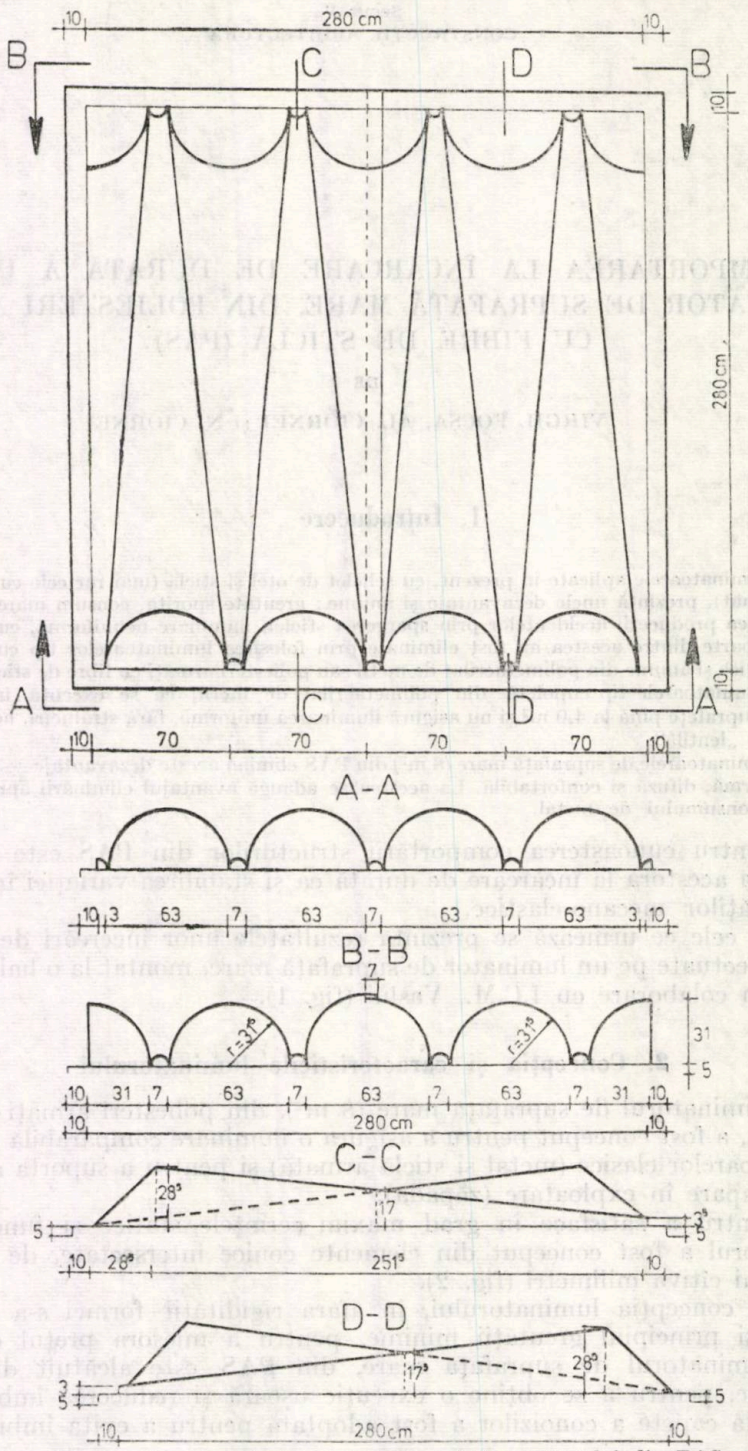
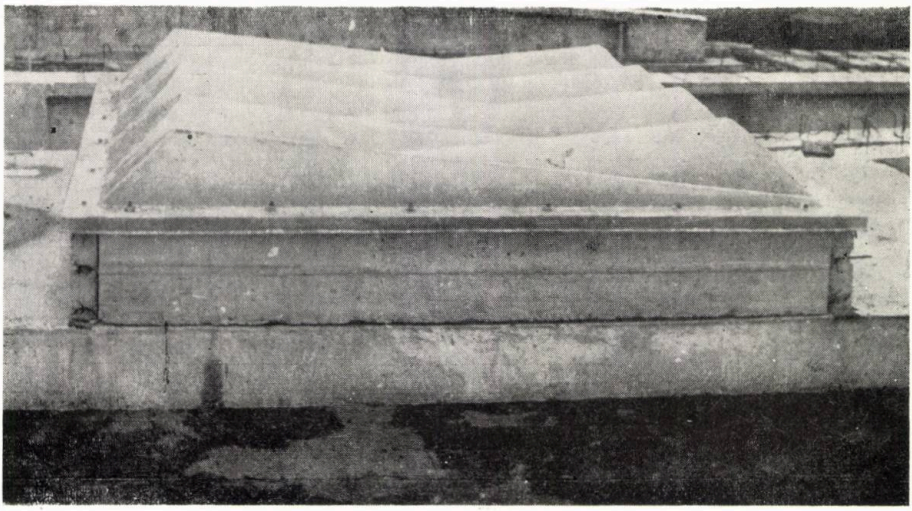



**Fig. 2.—Caracteristicile constructive ale luminatorului din PAS.**

*a*



*b*

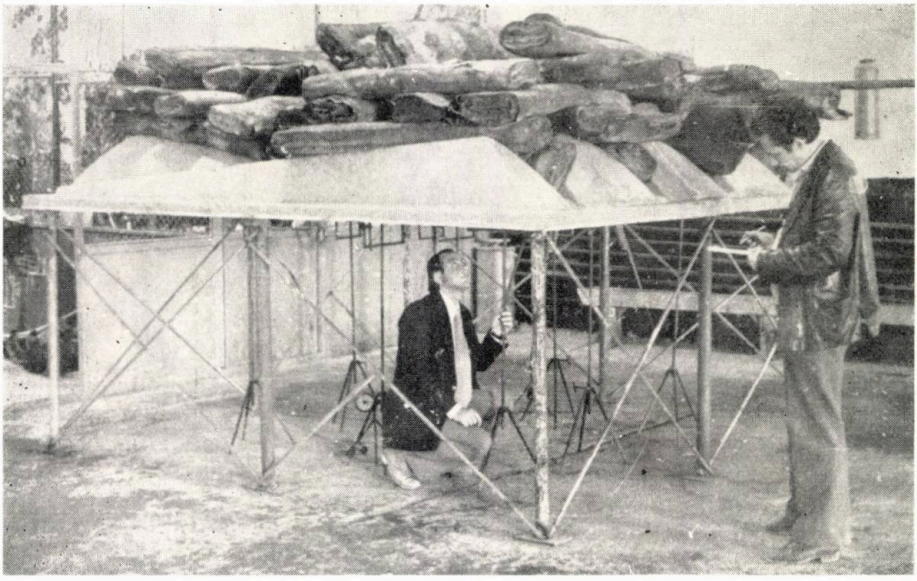


**Fig. 1.** —Luminatorul de suprafață mare din PAS : *a*—aspectul exterior, *b*—sub încărcare.

**Tabelul 1**

*Deformațiile la coamă și dolie la un ciclu de încărcare—descărcare la treapta de 1,00 kN/m²*

| Nr. crt. | q | | Timp | | Deformația [mm] | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | coama | | dolia | |
| | | kN/m² | zile | ore | 1/2 | 1/4 | 1/2 | 1/4 |
| 1 | ÎNCĂRCAT | 1,0 | 1 | 0 | 7,430 | 5,900 | 7,320 | 5,145 |
| 2 | | | | 10′ | 7,690 | 6,095 | 7,545 | 5,325 |
| 3 | | | | 20′ | 7,865 | 6,215 | 7,700 | 5,450 |
| 4 | | | | 30′ | 7,955 | 6,290 | 7,770 | 5,520 |
| 5 | | | | 1h | 8,130 | 6,425 | 7,930 | 5,640 |
| 6 | | | | 2h | 8,285 | 6,560 | 8,060 | 5,725 |
| 7 | | | | 3h | 8,395 | 6,625 | 8,165 | 5,785 |
| 8 | | | | 6h | 8,590 | 6,755 | 8,325 | 5,915 |
| 9 | | | | 12h | 8,890 | 6,975 | 8,555 | 6,120 |
| 10 | | | | 24h | 9,095 | 7,080 | 8,670 | 6,200 |
| 11 | | | 2 | 48h | 9,290 | 7,250 | 8,835 | 6,340 |
| 12 | | | 3 | 72h | 9,370 | 7,320 | 8,900 | 6,390 |
| 13 | | | 4 | 96h | 9,435 | 7,390 | 8,940 | 6,450 |
| 14 | | | 5 | 120h | 9,525 | 7,455 | 9,050 | 6,500 |
| 15 | | | 6 | 144h | 9,645 | 7,540 | 9,150 | 6,580 |
| 16 | | | 7 | 168h | 9,690 | 7,575 | 9,195 | 6,600 |
| 17 | | | 8 | 192h | 9,790 | 7,645 | 9,265 | 6,670 |
| 18 | | | 9 | 216h | 9,830 | 7,675 | 9,315 | 6,690 |
| 19 | | | 10 | 240h | 9,895 | 7,725 | 9,395 | 6,735 |
| 20 | | | 11 | 264h | 10,000 | 7,795 | 9,475 | 6,780 |
| 21 | | | 12 | 288h | 10,080 | 7,850 | 9,570 | 6,840 |
| 22 | | | 13 | 312h | 10,170 | 7,890 | 9,630 | 6,890 |
| 23 | | | 14 | 336h | 10,230 | 7,910 | 9,695 | 6,940 |
| 24 | | | 15 | 360h | 10,265 | 7,935 | 9,720 | 6,970 |
| 25 | | | 16 | 384h | 10,305 | 7,960 | 9,760 | 7,000 |
| 26 | | | 17 | 408h | 10,340 | 7,990 | 9,800 | 7,030 |
| 27 | | | 18 | 432h | 10,360 | 8,010 | 9,815 | 7,040 |
| 28 | DESCĂRCAT | 0,0 | 19 | 0 | 3,120 | 2,600 | 3,600 | 2,135 |
| 29 | | | | 10′ | 2,765 | 2,385 | 3,230 | 1,935 |
| 30 | | | | 20′ | 2,590 | 2,235 | 3,095 | 1,830 |
| 31 | | | | 30′ | 2,480 | 2,150 | 3,015 | 1,785 |
| 32 | | | | 1h | 2,315 | 2,000 | 2,885 | 1,685 |
| 33 | | | | 2h | 2,120 | 1,880 | 2,745 | 1,550 |
| 34 | | | | 3h | 2,030 | 1,785 | 2,670 | 1,440 |
| 35 | | | | 6h | 1,810 | 1,565 | 2,525 | 1,205 |
| 36 | | | | 12h | 1,410 | 1,305 | 2,325 | 0,990 |
| 37 | | | | 24h | 1,145 | 1,125 | 2,055 | 0,820 |
| 38 | | | 20 | 48h | 0,855 | 0,945 | 1,845 | 0,670 |
| 39 | | | 21 | 72h | 0,720 | 0,860 | 1,730 | 0,580 |
| 40 | | | 22 | 96h | 0,640 | 0,805 | 1,630 | 0,535 |
| 41 | | | 23 | 120h | 0,600 | 0,765 | 1,660 | 0,500 |
| 42 | | | 24 | 144h | 0,540 | 0,720 | 1,600 | 0,460 |
| 43 | | | 25 | 168h | 0,520 | 0,695 | 1,590 | 0,415 |
| 44 | | | 26 | 192h | 0,470 | 0,670 | 1,575 | 0,400 |
| 45 | | | 27 | 216h | 0,410 | 0,655 | 1,555 | 0,370 |
| 46 | | | 28 | 240h | 0,370 | 0,645 | 1,545 | 0,345 |
| 47 | | | 29 | 264h | 0,360 | 0,635 | 1,510 | 0,330 |
| 48 | | | 30 | 288h | 0,340 | 0,630 | 1,500 | 0,310 |
| 49 | | | 31 | 312h | 0,310 | 0,610 | 1,470 | 0,270 |
| 50 | | | 32 | 336h | 0,280 | 0,590 | 1,420 | 0,235 |
| 51 | | | 33 | 360h | 0,245 | 0,585 | 1,380 | 0,200 |
| 52 | | | 34 | 384h | 0,210 | 0,570 | 1,335 | 0,180 |
| 53 | | | 35 | 408h | 0,205 | 0,560 | 1,305 | 0,160 |

plimentare și a asigura o execuție simplă. Îmbinarea celor două tronsoane se realizează prin nituire și acoperire cu fîșii din PAS pentru a asigura protecția hidrofugă și pentru a mări rezistența mecanică.

Doliile acestor elemente spațiale din PAS au fost concepute cu pantă de la mijlocul elementului spre margine, pentru a asigura o scurgere rapidă a apelor provenite din precipitații.

Materialele folosite la execuția luminatorului din PAS sînt de producție românească. Elementele de luminator s-au confecționat folosind procedeul „prin contact".

Prin testarea transparenței luminatorului, realizată *in situ*, comparativ cu luminatorul tradițional, s-a constatat micșorarea nesemnificativă a iluminării.

Daorită greutății reduse, luminatorul de suprafață mare din PAS (de 5 ori mai ușor decît luminatorul tradițional) poate fi transportat și montat cu ușurință (de către maximum 4 oameni).

## 3. Încercarea la încărcare statică de durată

### 3. 1. Programul experimentărilor

Încercarea la curgere lentă s-a realizat pe un tronson de luminator (1,40 × 2,80 m) din PAS cu patru straturi de mat, solicitat la încovoiere și simplu rezemat pe contur.

În cazul acestei experimentări curgerea lentă a elementului din poliesteri armați cu fibre de sticlă se definește drept săgeată sub sarcină constantă pe o perioadă de timp, produsă după deformația datorită încărcării.

Încărcarea uniformă, distribuită pe toată suprafața tronsonului de luminator, a fost realizată în trepte (la încărcare și descărcare) de 0,25; 0,50; 0,75; 1,0 kN/m$^2$.

Săgețile au fost măsurate cu microcomparatoare cu precizia de 0,01 mm și deformetre tip BAC — INCERC. Măsurarea deformațiilor la fiecare treaptă de încărcare sau descărcare s-a efectuat din 10 în 10 min pînă la o jumătate de oră, din 30 în 30 min pînă la o oră, din oră în oră pînă la 3 ore și la 3, 6 și 12 ore pînă la 24 de ore. În continuare, la fiecare treaptă de încărcare constantă, săgețile s-au măsurat o dată la 24 de ore (tabelul 1), ca medii a citirilor la trei sau patru microcomparatoare. Deformațiile au fost măsurate la jumătatea și sfertul deschiderii, în aceste secțiuni microcomparatoarele fiind dispuse la coamă și la dolie.

Perioada de timp în care s-a desfășurat încercarea de curgere lentă a variat la treptele de încărcare — descărcare de la 13 zile (pentru 0,5 kN/m$^2$) la 35 zile (pentru 1,0 kN/m$^2$).

### 3.2. Rezultatele încercărilor

În fig. 3 și 4 sînt prezentate variațiile funcție de timp (durata menținerii sub sarcină) ale săgeților la jumătatea și sfertul deschiderii, la treptele de încărcare — descărcare de 0,25; 0,50; 0,75 și 1,0 kN/m$^2$.

Se observă că deformațiile de curgere lentă ale PAS-ului, variabilă în timp, evoluează cu o viteză mai mare imediat după aplicarea sarcinilor și apoi din ce în ce mai lent, pînă cînd fenomenul se amortizează.

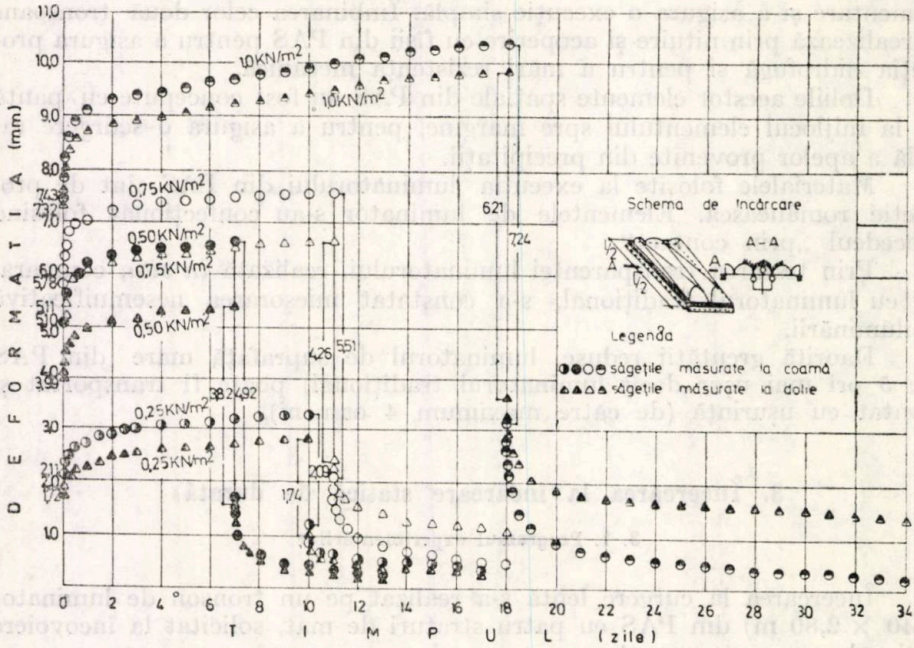



Fig. 3. — Variația deformațiilor cu timpul la jumătatea deschiderii la treptele de încărcare de 0,25 ; 0,50 ; 0,75 ; 1,00 kN/m².

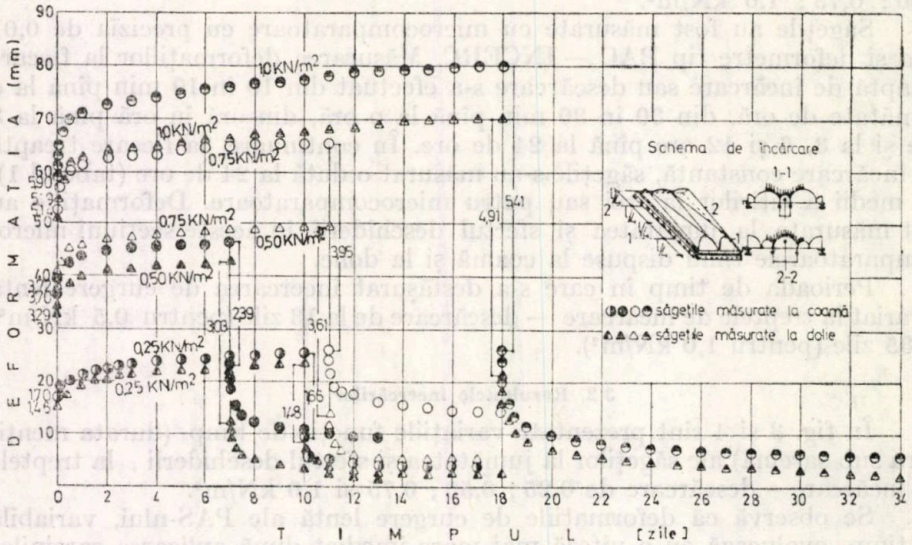



Fig. 4. — Variația săgeților cu timpul la sfertul deschiderii.

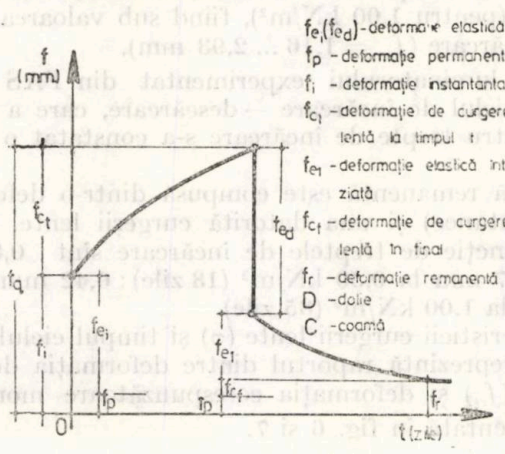
Analizînd săgeata din curgere lentă (tabelul 2 și fig. 5) a luminatorului din poliesteri armați cu fibră de sticlă (patru straturi mat), se observă o creștere a acesteia în funcție de treapta de încărcare (tabelul 2 : 0,25 kN/m² — 1,16 mm ; 0,50 kN/m² — 1,5 mm ; 0,75 kN/m² — 1,77 mm și 2,93 mm la 1,00 kN/m²) și de durata menținerii sub sarcină (fig. 5).

Comparînd deformațiile de curgere lentă ($f_{c_t}$ — tabelul 2) cu valorile săgeților instantanee ($f_i$), se remarcă la treapta de 0,25 kN/m² o creștere a deformației în timp de 10 zile, cu 35 %, din care jumătate în primele 24 ore, iar la treptele următoare (0,50 ; 0,75 ; 1,00 kN/m²), în timp de 8, 11,

**Tabelul 2**

*Săgețile caracteristice la încercarea de durată la treptele de 0,25; 0,50; 0,75 și 1,00 kN/m²*

| Nr. | $q$ N/m² | Secțiunea | Poziția | $f_{e_t}$ | $f_p$ | $f_i = f_{e_t} + f_p$ | $f_{c_t}$ | $f_q$ | $f_{e_d}$ | $f_{e_i}$ | $f_{c_f}$ | $f_r = f_{c_f} + f_p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,25 | 1/2 | *D* | 1,655 | 0,065 | 1,720 | 1,045 | 0,765 | 1,740 | 0,690 | 0,270 | 0,335 |
| 2 | | | *C* | 2,010 | 0,105 | 2,115 | 1,160 | 3,275 | 2,090 | 0,795 | 0,185 | 0,390 |
| 3 | | 1/4 | *D* | 1,407 | 0,055 | 1,462 | 0,858 | 2,320 | 1,475 | 0,540 | 0,250 | 0,305 |
| 4 | | | *C* | 1,690 | 0,015 | 1,705 | 0,845 | 2,550 | 1,660 | 0,615 | 0,260 | 0,275 |
| 5 | 0,50 | 1/2 | *D* | 3,885 | 0,110 | 3,995 | 1,400 | 5,390 | 3,838 | 1,327 | 6,120 | 0,230 |
| 6 | | | *C* | 4,990 | 0,110 | 5,100 | 1,505 | 6,605 | 4,926 | 1,409 | 0,160 | 0,270 |
| 7 | | 1/4 | *D* | 3,240 | 0,050 | 3,290 | 0,990 | 4,280 | 3,030 | 1,015 | 0,185 | 0,235 |
| 8 | | | *C* | 3,620 | 0,080 | 3,700 | 0,960 | 4,660 | 2,395 | 1,355 | 0,830 | 0,910 |
| 9 | 0,75 | 1/2 | *D* | 5,090 | 0,020 | 5,110 | 1,490 | 6,600 | 4,260 | 1,280 | 1,040 | 1,060 |
| 10 | | | *C* | 5,755 | 0,030 | 5,785 | 1,770 | 7,555 | 5,510 | 1,620 | 0,395 | 0,425 |
| 11 | | 1/4 | *D* | 3,672 | 0,050 | 3,722 | 1,245 | 4,965 | 3,617 | 1,085 | 0,215 | 0,265 |
| 12 | | | *C* | 5,160 | 0,030 | 5,190 | 1,360 | 6,550 | 3,950 | 1,280 | 0,290 | 1,320 |
| 13 | 1,00 | 1/2 | *D* | 7,270 | 0,050 | 7,320 | 2,495 | 9,815 | 6,215 | 2,295 | 0,255 | 1,305 |
| 14 | | | *C* | 7,280 | 0,150 | 7,430 | 2,930 | 10,360 | 7,240 | 2,915 | 0,055 | 0,205 |
| 15 | | 1/4 | *D* | 5,070 | 0,075 | 5,145 | 1,895 | 7,040 | 4,905 | 1,975 | 0,085 | 0,160 |
| 16 | | | *C* | 5,800 | 0,100 | 5,900 | 2,110 | 8,010 | 5,410 | 2,440 | 0,460 | 0,560 |



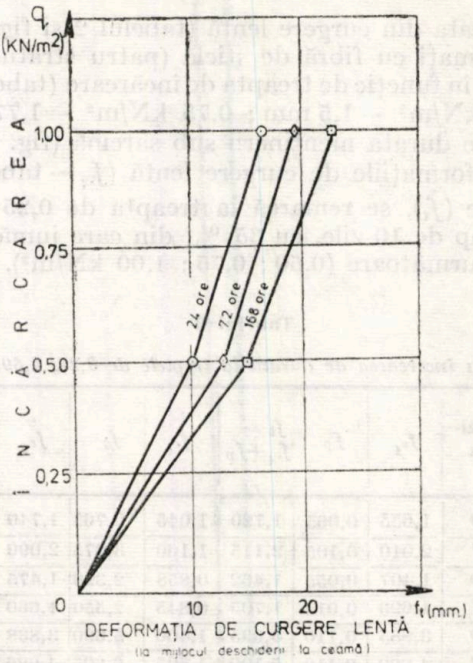



Fig. 5. — Săgeata din curgere lentă funcție de încărcare.

18 zile, săgețile au crescut cu 23% (din care jumătate în primele 24 ore).

La descărcarea tronsonului de luminator din PAS săgeata instantanee elastică ($f_{cd}$) are o valoare apropiată de deformația instantanee de la încărcare ($f_i$) și anume la treapta de încărcare de 0,25 kN/m² — 2,09 mm comparativ cu 2,11 mm, iar la treapta de 1,00 kN/m² — 7,24 mm față de 7,43 mm. Acest fapt confirmă calitățile elastice ale poliesterilor armați cu fibre de sticlă în cadrul încercării de curgere lentă.

Descărcarea în timp a evidențiat o săgeată elastică întîrziată ($f_{ei}$) care variază funcție de treapta de încărcare, de la 0,79 mm (pentru 0,25 kN/m²) la 2,91 mm (pentru 1,00 kN/m²), fiind sub valoarea săgeții dependente de timp la încărcare ($f_{ct} = 1{,}16 \ldots 2{,}93$ mm).

La tronsonul luminatorului experimentat din PAS — patru straturi de mat, după ciclul de încărcare — descărcare, care a durat între 17 și 34 zile, la cele patru trepte de încărcare s-a constatat o deformație remanentă ($f_r$).

Această săgeată remanentă este compusă dintr-o deformație permanentă (plastic instantanee) și una datorită curgerii lente. Valorile deformației remanente funcție de treptele de încărcare sînt : 0,39 mm la 0,25 kN/m² (17 zile) ; 0,27 mm la 0,50 kN/m² (13 zile) ; 0,42 mm la 0,75 kN/m² (18 zile) și 0,20 mm la 1,00 kN/m² (35 zile).

Analiza caracteristicii curgerii lente ($\varphi$) și timpul ciclului de încărcare — descărcare, care reprezintă raportul dintre deformația de curgere lentă la un moment dat ($f_{ct}$) și deformația corespunzătoare momentului încărcării ($f_i$), este reprezentată în fig. 6 și 7.

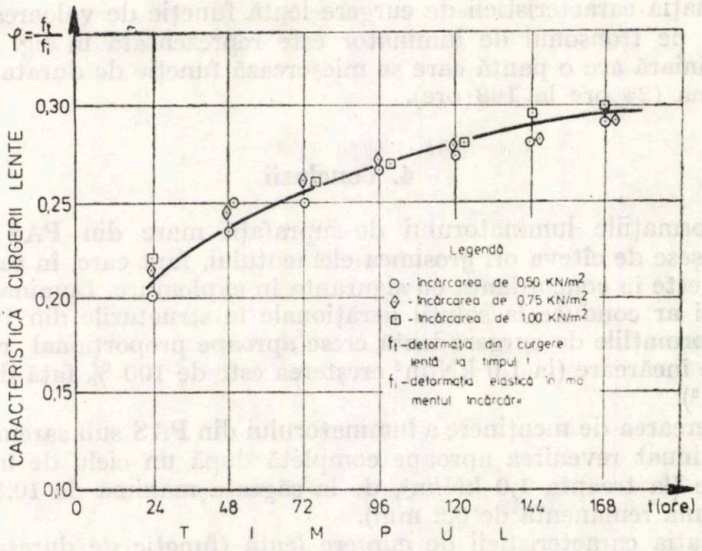



Fig. 6. — Variația caracteristicii curgerii lente cu timpul.

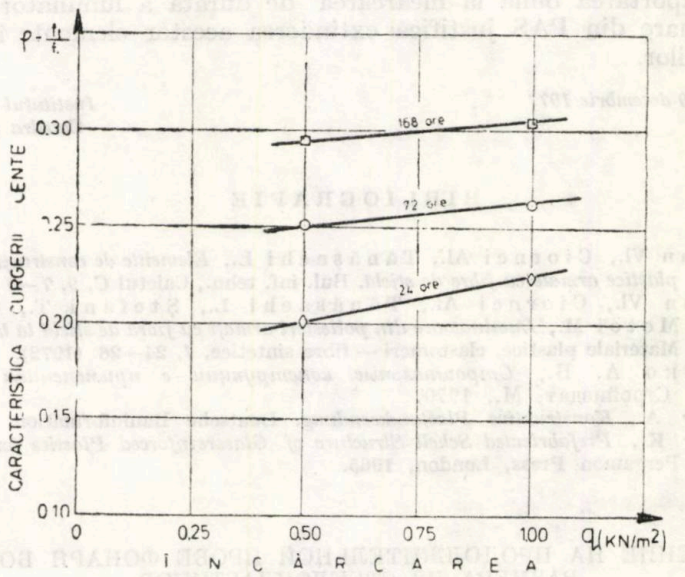



Fig. 7. — Caracteristica curgerii lente funcție de încărcare.

În fig. 6 este reprezentată variația caracteristicii de curgere lentă ($\varphi$) funcție de durata menținerii sub sarcină. Variația parabolică a valorilor coeficientului $\varphi$ pentru treptele de 0,50 ; 0,75 ; 1,00 kN/m² tinde spre o asimptotă înclinată. Caracteristica de curgere lentă variază cu 0,05 în primele 72 ore iar în continuare aceeași valoare (0,05) este atinsă după 96 ore (la 168 ore, $\varphi = 0{,}3$).

Variația caracteristicii de curgere lentă funcție de valoarea încărcării constante pe tronsonul de luminator este reprezentată în fig. 7. Această variație liniară are o pantă care se micșorează funcție de durata menținerii sub sarcină (24 ore la 168 ore).

## 4. Concluzii

Deformațiile luminatorului de suprafață mare din PAS au valori care depășesc de cîteva ori grosimea elementului, fapt care, în cazul acestui material, este în concordanță cu siguranța în exploatare. Luminarea acestor deformații ar conduce la soluții neraționale la structurile din PAS.

Deformațiile de curgere lentă cresc aproape proporțional cu valoarea treptei de încărcare (la 1,0 kN/m² creșterea este de 100 % față de cea de la 0,5 kN/m²).

Încercarea de menținere a luminatorului din PAS sub sarcină de durată a continuat revenirea aproape completă după un ciclu de încărcare — descărcare (la treapta 1,0 kN/m², de la săgeata maximă de 10,36 mm s-a ajuns la una remanentă de 0,2 mm).

Variația caracteristicii de curgere lentă (funcție de durata menținerii sub încărcare) tinde spre o asimptotă înclinată.

Comportarea bună la încărcarea de durată a luminatorului de suprafață mare din PAS justifică extinderea acestor elemente în domeniul construcțiilor.

*Primită la 20 decembrie 1977*

*Institutul politehnic, Iași*
*Catedra de construcții*

## BIBLIOGRAFIE

1. Boghian Vl., Ciornei Al., Tănăsachi L., *Elemente de construcții din materiale plastice armate cu fibre de sticlă.* Bul. inf. tehn., Caietul *C*, *9*, 7—9 (1970).
2. Boghian Vl., Ciornei Al., Tănăsachi L., Ștefani T., Cornea R. Motoi M., *Luminatoare din poliesteri armați cu fibră de sticlă la hale industriale* Materiale plastice, elastomeri — fibre sintetice, *1*, 24—28 (1972).
3. Губенко А. Б., *Строительные конструкции с применением пластмасс.* Стройиздат, М., 1970.
4. Hütter A., *Konstruktive Plastandwendung.* Deutsche Bauinformation, Berlin, 1970.
5. Kehrer K., *Prefabricated Schell Structure of Glassreinforced Plastics for a Grenhouse.* Pergamon Press, London, 1965.

## ПОВЕДЕНИЕ НА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОЙ ПРОБЕ ФОНАРЯ БОЛЬШОГО РАЗМЕРА ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКОВ

(Резюме)

Фонарь большого размера (8м²) из стеклопластиков был создан из конинеских пересекающихся элементов.

Поведение (в условиях медленного тенения) на циклах нагрузка и выгрузка имея максимальная стоимость исчисляемой нагрузки, показало хорошее поведение этого нового типа фонаря.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624

# ASPECTE PRIVIND CONFORTUL TERMIC ÎN ZONE PERIFERICE ALE ÎNCĂPERILOR DE LOCUIT

DE

N. GIUȘCĂ

1. Schimburile de căldură ale corpului omenesc cu mediul înconjurător au loc prin convecție, radiație, conducție, respirație. La stabilirea bilanțului termic, pentru determinarea senzației de confort, interesează schimburile prin convecție cu aerul înconjurător, schimburile prin radiație dintre corp și suprafețele învecinate și schimburile prin conducție. Dintre acestea primele două se iau în considerare, ultimul conducînd la valori mici ce pot fi neglijate.

Prin procesele fiziologice corpul omenesc are posibilități de compensare a cantităților de căldură cedată prin modurile enumerate, de exemplu, în cazul cantității de căldură cedată prin radiație se micșorează cantitatea de căldură cedată prin convecție, prin reducerea temperaturii suprafeței pielii datorită reducerii circulației sîngelui și a micșorării secțiunii vaselor capilare. În tot acest proces intervine și umidificarea pielii, prin secreția glandelor sudoripare, cu scopul de reglare a căldurii evacuate, prin modificările aduse de căldura de evaporare a transpirației.

Reglările fiziologice menționate nu se pot face însă între orice limite. Depășirea limitelor de reglare fiziologică conduce la crearea senzației de inconfort termic.

Cantitatea de căldură produsă în corp, în urma arderilor interne, poate fi evacuată direct prin respirație și prin degajările de căldură ale corpului omenesc, aflat sub incidența factorilor de mediu. Atît căldura eliminată prin respirație cît și căldura cedată la suprafața corpului, variază funcție de factorii mediului înconjurător.

2. A. Berestneff, în lucrarea [1], studiază variația cantității de căldură transmisă de suprafața corpului și a căldurii eliminate prin respirație ; de asemenea sînt cercetate valorile cantității de căldură totală, degajată ca urmare a arderilor interne ale organismului.

În cazul persoanelor fizic inactive, situație ce corespunde ocupanților clădirilor de locuit, pentru temperaturi ale aerului interior situate în jurul temperaturii de 20°C, cantitatea de căldură degajată se situează în jurul a 100 kcal/h.

Din cantitatea totală degajată de corp, în studiul satisfacerii condițiilor de confort termic, interesează căldura transmisă de suprafața corpului. Această căldură transmisă mediului înconjurător, în baza lucrării menționate [1], se situează la valoarea de 80 kcal/h pentru o persoană.

Intre cantitatea de căldură degajată prin convecție și cea degajată prin radiație se stabilește un anumit raport, în funcție de posibilitățile sistemului fiziologic termoregulator.

Astfel, din cercetări fiziologice rezultă valoarea cantității de căldură cedată prin radiație, valoare ce trebuie să fie mai mică decît cantitatea de căldură cedată prin convecție, cel mult egală cu aceasta :

$$Q_{rad} \leqslant Q_{conv}, \tag{1}$$

cu

$$Q_{rad} + Q_{conv} = 80 \text{ kcal/h/pers}, \tag{2}$$

în care : $Q_{rad}$ reprezintă căldura degajată de o persoană prin radiație, $Q_{conv}$ — căldura degajată de o persoană prin convecție.

În cazul stabilirii unui alt raport între cantitatea de căldură degajată prin radiație și cantitatea de căldură degajată prin convecție, se instaurează în corp o senzație de inconfort termic, caracterizat prin temperaturi diferite pe suprafața corpului, funcție de poziția pe care o ocupă persoana față de suprafețele interioare reci. Se instalează o stare asemănătoare staționării într-un curent de aer rece.

Pierderea prin radiație a unei cantități de căldură, către suprafețele reci, mai mare decît permite sistemul de reglare termofiziologică, conduce la instalarea unei stări de inconfort termic pronunțat cunoscută popular sub denumirea „peretele trage".

3. Schimburile de căldură prin radiație depind de poziția reciprocă pe care o au corpurile în spațiu. În acest sens interesează mărimea unghiului ($\Omega$) sub care se vede suprafața unui corp de către celălalt corp, după o direcție normală între corpuri și reciproc. Notînd cu $\beta$ unghiul dintre normala și tangenta la corp și $dS$ elementul de suprafață, conform cu legea lui Stefan și Boltzmann, se poate scrie :

$$d^2Q = C_1\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 \cos\beta_1\, dS_1 \tag{3}$$

iar radiația reciprocă emisă și absorbită de două corpuri vecine devine :

$$Q_{1-2} = \frac{C_1C_2}{C_n}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]\iint_{S_1S_2}\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{d^2}\,dS_1\,dS_2, \tag{4}$$

în care : $d$ reprezintă distanța dintre corpuri ; $C_1$, $C_2$, $C_n$ — coeficienți de radiație ai suprafețelor ce radiază și respectiv al corpului negru.

Prin respectarea factorilor de mediu stabiliți de domeniul de confort al lui Bedford și Liese [2] se obține senzația de confort termic, întrucît bilanțul termic dintre om și mediul înconjurător conduce la o degajare de circa 80 kcal/h, necesară din condiții fiziologice.

Este necesar a se preciza că Bedford și Liese, la stabilirea domeniului de confort, domeniu pe baza căruia se determină necesarul de căldură în clădiri, au operat cu temperatura aerului interior și cu temperatura medie a suprafețelor înconjurătoare, deci au considerat omul situat în zona centrală a încăperii și sub incidența tuturor suprafețelor radiante, sub influența temperaturii medii a acestora, la care cu o pondere importantă în creșterea mediei a contribuit temperatura ridicată a suprafețelor încălzitoare, radiatoare sau panouri radiante, văzute de om sub un unghi solid relativ mare, cu coeficienți unghiulari mari.

4. Cu totul altă situație are loc atunci cînd persoana se găsește într-o extremitate a încăperii, în imediata vecinătate a unei suprafețe reci, coeficienții unghiulari ai suprafeței reci luînd valori foarte mari, între suprafața radiantă a omului și suprafața radiantă rece stabilindu-se un cîmp radiant ce poate fi estimat cu o relație aplicabilă pentru suprafețe paralele, manifestîndu-se în același timp o scădere importantă a radiației de la celelalte suprafețe, prin reducerea coeficienților unghiulari ai acestora. În această situație :

$$Q_{1-2} = \frac{C_1C_2}{C_n}S\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]. \tag{5}$$

Înlocuind valorile coeficienților de radiație pentru suprafețele radiante (îmbrăcăminte 4,4 kcal/h °C, tencuială 4,6 kcal/h °C, corp negru 4,96 kcal/h °C)

și valorile temperaturii corpului omenesc (26°C la suprafață) și a temperaturii interioare a elementelor exterioare de construcție (14°C la rezistența termică minimă normată) se obține cantitatea de căldură radiată de un metru pătrat, de 48 kcal/h.

Considerînd suprafața exterioară a unui om de circa 1,6 m², rezultă partea corpului omenesc de 0,8 m² situată spre suprafața rece și care cedează o cantitate de căldură de :

$$Q_{\text{rad}\frac{1}{2}\text{om}} = 0{,}8 \times 48 \approx 40 \text{ kcal/h}.$$

Comparînd această valoare cu condițiile de confort :

$$Q_{\text{rad}} \leqslant \frac{1}{2} Q_{\text{tot}} = 40 \text{ kcal/h},$$

se obține :

$$Q_{\text{tot}} = 80 \text{ kcal/h},$$

care urmează a fi comparată cu relațiile (1), (2).

Rezultă, în această situație, că ocupantul încăperii găsindu-se în imediata vecinătate a unei suprafețe reci, numai căldura cedată prin radiație de o jumătate a corpului depășește căldura radiată la care organismul poate face față prin reglări termofiziologice.

Pierderea prin radiație a căldurii corpului avînd loc predominant într-o singură direcție, spre suprafața rece, se instalează la suprafața corpului temperaturi diferite, mai scăzute spre suprafața rece în scopul reducerii prin reglări termofiziologice a căldurii cedate, dar diferența de temperatură dintre corpuri fiind mare mecanismul de reglare termofiziologică nu poate face față, instalîndu-se o stare pronunțată de inconfort termic.

5. Pentru eliminarea acestei situații s-au determinat, analitic și prin experimentări la scară naturală, în Stația de cercetări higrotermice, INCERC, Iași, temperaturile suprafețelor interioare ale elementelor exterioare de construcție, respectiv rezistențele termice la transferul de căldură, capabile să conducă la îmbunătățirea confortului termic în zonele periferice ale încăperilor de locuit, în imediata vecinătate a pereților exteriori.

În fig. 1 se prezintă variația temperaturilor suprafeței interioare a elementelor exterioare de construcție odată cu variația rezistenței la transferul de căldură.

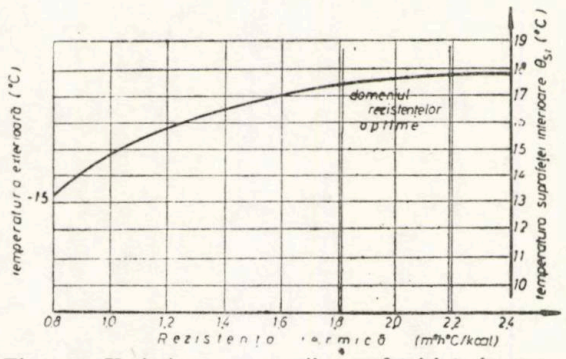



Fig. 1. — Variația temperaturii suprafeței interioare cu modificarea rezistenței la transferul de căldură.

Se observă o creștere accentuată a temperaturilor suprafețelor interioare, odată cu creșterea rezistenței termice, de la 0,4 la 1,4 $m^2 h\,°C/kcal$, o creștere mai redusă a temperaturilor suprafețelor interioare pentru rezistențe termice cuprinse între 1,4 și 1,8 $m^2h°C/kcal$ și o creștere de numai 0,2 ... 0,3°C pentru rezistențe termice cuprinse între 1,8 și 2,2 $m^2 h\,°C/kal$. Pentru rezistențe termice de peste 2,2 $m^2 h\,°C/kcal$ creșterea temperaturii suprafețelor interioare devine nesemnificativă.

6. Se desprinde o concluzie importantă și anume, situarea rezistențelor la transferul de căldură într-un domeniu cuprins între 1,8 ... 2,2 $m^2 h\,°C/kcal$ (fig. 1) garantează realizarea confortului termic în zonele periferice ale încăperilor de locuit. Creșterea rezistenței termice la transferul de căldură peste valoarea 2,2 $m^2 h\,°C/kcal$ este nesemnificativă pentru realizarea senzației de confort termic.

*Primită la 16 decembrie 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de construcții*

## BIBLIOGRAFIE

1. Berestneff A., *New American Buildings.* New York, 1962.
2. Bedford Th., Liese A., *Fundamentals of Heating and Ventilation.* London, 1948.

## SOME ASPECTS REGARDING THERMAL COMFORT IN APARTMENT BUILDINGS NEAR EXTERIOR WALLS

(Summary)

The sensation of thermal incomfort is determined for the case when the occupant of a room is very near to the interior surface of an exterior wall.

The limits regarding the achievement of the thermal comfort for the present minimum standard thermal resistances are emphasized.

A range of optimum thermal resistances which leads to some improvements of thermal comfort and to economy in energy consumption is presented.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

# CONSIDERAȚII PRIVIND INFRASTRUCTURA CĂII FERATE PENTRU SARCINI PE OSIE ȘI VITEZE SPORITE

DE

C. ANTON

1. Odată cu sporirea vitezelor, a sarcinii pe osie și a traficului, s-au luat o serie de măsuri pentru a face aptă calea la noile solicitări. Aceste măsuri s-au adresat mai mult suprastructurii căii, care își „etalează" defectele ce pot pune în pericol siguranța circulației. Pe baza măsurătorilor și observațiilor permanente care s-au efectuat cu privire la suprastructura căii, s-a stabilit evoluția defectelor la sarcini și viteze sporite și s-au redimensionat șinele, traversele și prizma de balast. Adaptarea căii clasice la vitezele actuale și la cele de viitor este posibilă datorită ingeniozității cu care a fost alcătuită. Sistemul de alcătuire cu rezemare transversală, pe traverse, oferă multiple posibilități de redimensionare din care se pot cita: sporirea rigidității șinei, a dimensiunilor și a rigidității traverselor, diminuarea distanței între traverse, sporirea grosimei prizmei de piatră spartă etc. Elementul din complexul căii, care în unele cazuri a rămas neschimbat, de la începuturile căii ferate, este însă infrastructura. Metodele de calcul a căii au în vedere rezemarea pe un mediu elastic folosindu-se o caracteristică globală a întregului sistem de straturi ce se găsesc sub traversă.

Datorită greutăților întîmpinate în explicitarea influenței caracteristicilor platformei asupra valorii coeficientului de pat, considerat global, măsurile s-au îndreptat mai mult asupra suprastructurii căii.

Avînd în vedere sporirea aportului dinamic al încărcărilor, odată cu creșterea vitezei și a sarcinilor pe osie, se poate aprecia că nu mai este posibilă o analiză a evoluției defectelor căii fără a lua în considerare influența infrastructurii.

Problema conlucrării vehicul — cale și a întregului ansamblu de elemente componente ale acesteia rămîne deschisă cercetărilor.

2. La alcătuirea actuală a căii presiunile la nivelul platformei au valori cuprinse între 0,5 ... 1,0 daN/cm$^2$. Aceste presiuni, considerate static, pot fi prelucrate de aproape toate terenurile, dacă nu se ține seama de o serie de fenomene care apar în perioada de exploatare a liniei. Nu se poate neglija faptul că întregul complex al căii este un sistem deschis, care influențează în mare măsură infrastructura căii. De asemenea, trebuie să se țină seama că, spre deosebire de alte construcții, calea ajunge la parametrii maximi de rezistență și stabilitate datorită solicitărilor. De aceea este necesar să se studieze natura și valoarea încărcărilor și în mod deosebit caracterul dinamic al acestora.

Este de asemenea necesar ca la tratarea problemelor privind calea sau vehiculele, să fie luat în considerare întregul sistem oscilant constituit de acestea.

Avînd în vedere modul de construcție al vehiculelor și căii și studiile întreprinse cu privire la caracteristicile reologice ale căii, se poate ajunge la modele simplificate care rămîn încă greu de rezolvat.

În fig. 1 se reprezintă schema suspensiei verticale a unui vagon și modelul luat în considerație.

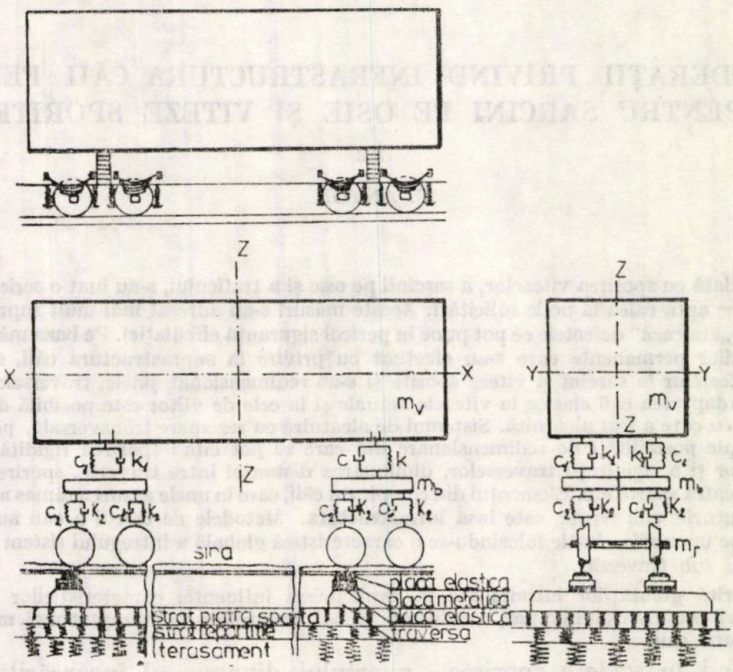



Fig. 1

În fig. 2 se reprezintă ansamblul elementelor căii cu legăturile elastice precum și un model simplificat al acestor legături.

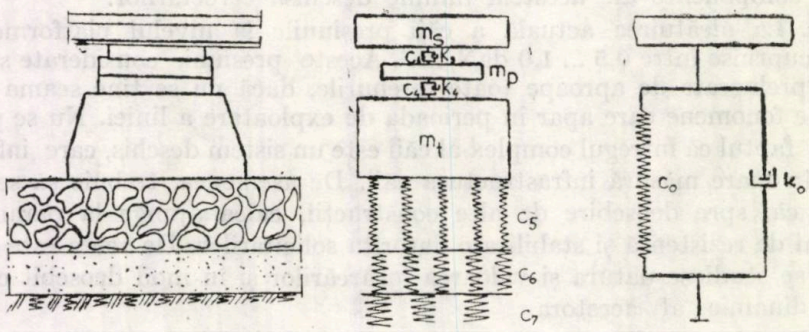



Fig. 2

3. Mișcările oscilante ale vehiculului și căii sînt produse și întreținute de imperfecțiunile care există la nivelul contactului roată — șină. Acestea se transmit prin șină, traversă și mijloace de prinderea, prizmei de piatră spartă și platformei și în același timp tuturor elementelor vehiculului. Reacția fiecărui element al căii sau vehiculului la aceste șocuri depinde pe o parte de caracteristicile mișcării oscilante provocate, iar pe de altă parte de caracteristicile de masă ale fiecărui element. Această reacție se manifestă prin oscilații proprii, care determină răspunsul oscilant.

Răspunsul oscilant dat de partea suspendată a vehiculului poate fi neglijat, întrucît prin construcție se asigură o amortizare suficientă.

Oscilațiile proprii ale roților și boghiului, care reprezintă o masă nesuspendată, nu pot fi neglijate. Frecvența acestor oscilații este cuprinsă în banda de frecvență de 15 ... 150 Hz și nu sînt amortizate decît parțial.

La nivelul tălpii traversei se suprapun oscilațiile provocate de numeroasele defecte ale căii, oscilațiile proprii neamortizate ale masei nesuspendate a boghiului, oscilațiile provocate de frecvența sarcinilor și oscilațiile proprii ale traverselor.

La nivelul fiecărui strat care formează patul traversei, aceste oscilații pot avea efecte favorabile sau nefavorabile. Straturile alcătuite din materiale granulare sînt în general consolidate atît timp cît nu apare fenomenul de rezonanță.

Din cercetările întreprinse s-a ajuns la concluzia că frecvențele cuprinse între 40 și 70 Hz micșorează valoarea modulului de elasticitate dinamic al prizmei, datorită apariției unor fenomene de instabilitate. Prin intermediul traverselor se transmit oscilații sub forma unor unde longitudinale în corpul platformei și unde de suprafață transversale sau în lungul căii. Undele transversale pot fi neglijate întrucît ele se pierd în taluz. Undele de suprafață în lungul căii și undele longitudinale se suprapun producînd deformații, de obicei elastice.

Avînd în vedere că frecvențele oscilațiilor proprii ale pămînturilor se înscriu în banda 10 ... 30 Hz, este necesar ca odată cu sporirea vitezelor să fie luate măsuri pentru amortizarea acestor oscilații, înainte de a ajunge la nivelul platformei.

Măsurile ce pot fi luate se adresează masei și dimensiunilor traversei, grosimii și caracteristicilor plăcilor suport ale șinelor, naturii și grosimii prizmei de piatră spartă precum și ale straturilor de protecție.

În cazul în care nu se iau măsuri adecvate apar defecte iremediabile ale platformei, care conduc la sporirea lucrărilor de întreținere a liniilor.

Deformațiile remanente care apar la nivelul platformei sînt de regulă inevitabile. Este important, însă, ca prin măsurile luate să se asigure o uniformitate a acestor deformații de la o traversă la alta.

4. Întrucît urmărim ca în alte lucrări să indicăm o serie de soluții de alcătuire a căii, pentru a face posibilă utilizarea platformelor existente, vom analiza, în cele ce urmează, defectele care apar la nivelul platformei, cauzele și urmările acestora.

În cazul pămînturilor necoezive sau slab coezive, datorită undelor transversale, în zona nesolicitată se produce o afînare și o separare de zona solicitată, prin formarea rupturilor (fig. 3).

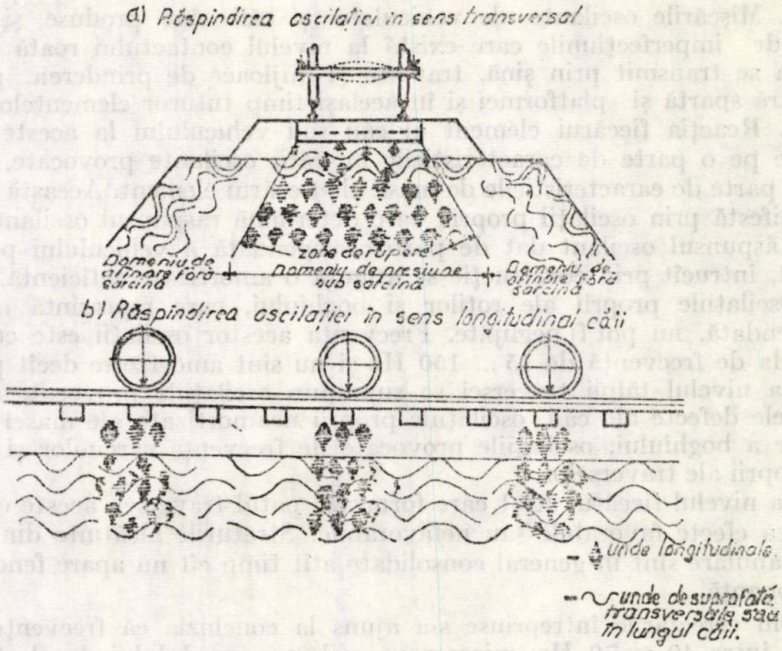



Fig. 3

Pămînturile necoezive, uniforme, urcă cu mai multă ușurință în prizma de balast, datorită oscilațiilor proprii, avînd ca efect coborîrea nivelului traversei. La pămînturile instabile, în condiții de sporire a umidității, apar ondulări cu segregare a părților fine la suprafață, care la repetarea sarcinilor pătrund în prizmă.

La pămînturile coezive apare o deformare lentă sub sarcinile repetate, care produce ridicarea platformei între traverse și la capetele acestora spre taluz. Procesul de degradare a pămîntului este accentuat în acest caz datorită reținerii apei în zona de sub traversă.

În perioada de îngheț apar cocoașe iar în perioada de dezgheț o afînare a pămîntului însoțită de o sporire a umidității la suprafața platformei.

Sporirea umidității pămînturilor coezive pînă la saturare, asociată cu solicitarea dinamică, produce o mărire a presiunii apei și o diminuare a rezistenței de forfecare, care favorizează deformarea accentuată a platformei.

Mecanizarea lucrărilor de ciuruire a prizmei poate produce condiții favorabile de degradare a platformei. Escavarea prizmei numai pe lățimea șenilei formează șlițuri în lungul căii, în care apa poate fi reținută.

De asemenea, distrugerea suprafeței platformei consolidate poate contribui la înrăutățirea condițiilor de stabilitate.

Datorită acestui fapt se pune astăzi problema oportunității lucrărilor mecanizate de cale și a efectelor acestor lucrări pentru menținerea unor calități ale căii, care au fost obținute prin exploatare.

5. Fără a epuiza cauzele care produc degradarea platformei, se apreciază că repetarea încărcărilor, care poate ajunge la frecvențe de 16 Hz,

are efecte defavorabile asupra platformei din pămînturile coezive, în timp ce oscilațiile proprii ale masei boghiului influențează defavorabil starea platformei din pămînturile necoezive.

*Primită la 27 aprilie 1976*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de fundații și căi de comunicații*

## BIBLIOGRAFIE

1. Spang J., *Verformungen des Untergrundes von Eisenbahngleisen und seine Stabilisierung.* E.T.R., *10*, 376—384 (1972).
2. Eisenmann J., *Schotteroberbau für hohe Geschwindigkeiten.* E.T.R., *1/2* (1974).

## CONSIDÉRATIONS CONCERNANT L'INFRASTRUCTURE DES CHEMINS DE FER POUR CHARGES SUR L'ESSIEU ET VITESSES AUGMENTÉES

(Résumé)

On étudie le problème des solicitations dynamiques sur l'infrastructure des chemins de fer dues à l'augmentation de la charge sur l'essieu et des vitesses de circulation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. D. 71 ; 656.1

# COMPACT LAND USE/TRANSPORT MODELS (I)

BY

MARCIAL ECHENIQUE and TOMAS DE LA BARRA

## 1. Introduction

This paper attempts a general discussion of the land use/transport integration problem, describing the areas of research being carried out in the Martin Centre, Cambridge. It is based on theoretical research carried out for a number of years and of practical experience in land use/transport simulation in various places in Latin America. However, these proposals are applicable to any urban situation. This paper concentrates on the theoretical issues and does not present the results of the models, which can be found elsewhere [2].

However, the situation in Latin America makes many of the issues stated below of special relevance. Cities in Latin America have dominated development to a large extent, which combined with the emergence of powerful middle classes, results in huge urban areas with a predominant service sector. This situation makes the urban problem especially relevant, within which the traffic problem is of great importance. Rapid growth is another characteristic that dominates planning, making simulation models specially attractive as a predictive tool :

a) Models play an important role in understanding the urban phenomena and are essential to produce quantitative predictions of future situations. However, they are useful only if properly inserted in the planning process. In this sense they must be combined with other important processes like evaluation, information, plan generation, etc.

b) Models are viewed as a form of integration of different planning levels and sectors and as a means to achieving consistency within a plan. If models are going to play this role effectively, they should be comprehensive and structured in an aggregate manner. Generally, problems at the city scale are related to the regional and even national scale. Similarly, the transport problem is related to the allocation of residents, employment and so on.

c) Models should always be dynamic in some way in order to achieve predictions. It must be recognized, though, that predictions, however accurately based, can only be trusted for relatively short periods of time. This also relates to the problem of aggregation, since highly detailed

predictions will only stand for short periods of time, whilst the more aggregate model will produce reliable predictions for longer periods. The two types of model can be combined.

The two basic integrations that are dealt with in this paper are: i) regional—urban integration; ii) land use—transport integration.

The former integrates two different planning levels and the letter, two sectors within the city scale.

After this discussion, a framework for a general model is presented. In the third section three levels of aggregation are envisaged in order to achieve the implementation of the general model. The formulation of each one is kept deliberately simple, making reference to other papers if urther details are required.

## 2. The General Framework

### 2. 1. The Three Areas of Interest

The city, the main area of interest, is viewed as a set of activities that interact, generating flows. Activities and flows take place in adapted spaces and channel spaces respectively. The location of activities will depend on a number of factors, but the overall number of activities of each type depends on factors taking place elsewhere, i.e. in the other regions. The city can be considered as forming part of a *regional system*, where the population can be consider in terms of migrational movements, stimulated by employment opportunities. These, on the other hand, can be considered to be functions of regional investment. All of these elements interact according to regional accessibility paterns.

The *activity system* is composed of various elements, mainly population and employment, interacting spatially and adopting certain locations. The activity system is not only affected by the regional system with respect to totals of in- or out-migrants, but also with respect to the way in which these activities locate within the citiy.

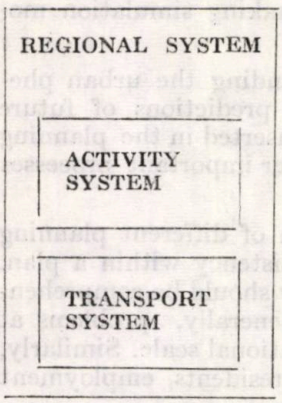



Fig. 1. — Basic components of the urban—regional system.

When activities interact in space they generate a *transport system* which, according to the characteristics of the facilities provided, will affect the locational behaviour of the activities. Fig. 1 shows the basic components of the system.

If we consider that these elements interact through time, the resulting structure could be of the form indicated in Fig. 2. At any time $t$, the regional system will affect the activity system at the urban level which, in turn, will affect the transport system. Every level will interact backwards

but, since a time lag must be considered, each will affect the previous system in the next time period. The arrows in the figure represent those flows which determine the outcome of that particular process. The borken arrows show the effect of the city on the regional system which could represent the economies or diseconomies of scale which may attract more or fewer activities from other regions. An example of this type of feedback is the case of a city that grows to such an extent that development is diverted to other regions because of increasing diseconomies of scale.

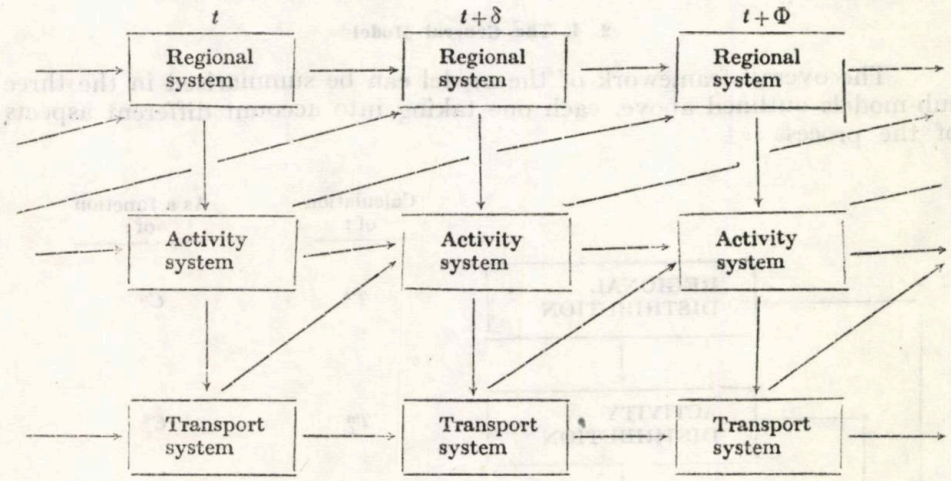



Fig. 2. — Integrated structure of urban regional system through time.

### 2. 2. The Urban—Regional Relationship

Two distinctions can be made with respect to this relationship : overall growth and spatial interaction. The first of these refers to the fact that the city develops (or decays) according to its situation within the regional system. The letter refers to the way in which the regional system affects the location of activities within the urban area.

In order to model the first of these types of relationship, the regional model must simulate the number of activities that take place at the city level. At the regional level the city must be considered as one of the regions. In order to simulate the way in which the regional system affects the location of the activities within the urban area, all regions must be present in the zonal system. The activity location model will locate the activities as a function of the characteristics of the zones and of the transport system.

### 2. 3. The Land Use—Transport Relationship

The way in which activities interact is restricted by the transport system. Activities represent a demand for transport and the facilities provided by the transportation system represent a supply. In order to simulate

this process, the demand for transport must be calculated in the form of trips generated and attracted by the activities. These flows must then be assigned to the network taking into account their capacity. Once an equilibrium is reached between demand and supply a set of values representing the cost of travel can be calculated.

Since the distribution of activities was carried out by making a preliminary estimation of the cost of travel, these new calculations must feed back to the land use model using a time lag.

### 2. 4. The General Model

The overall framework of the model can be summarised in the three sub-models outlined above, each one taking into account different aspects of the process :

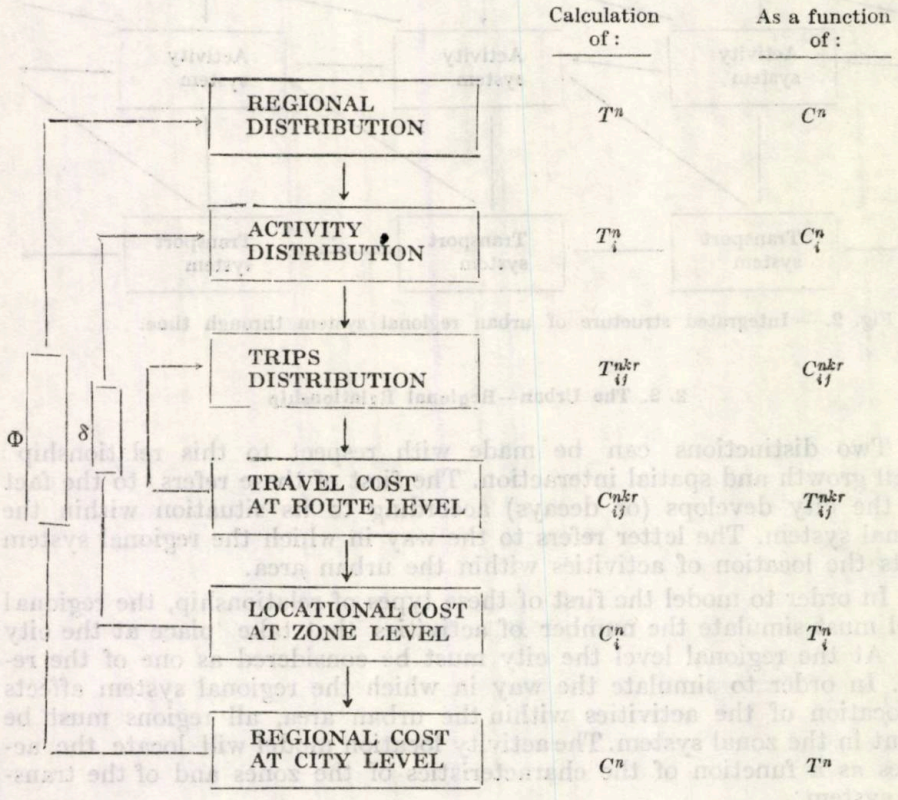



Fig. 3. — Overall structure of the integrated regional land use—transport model.

i) The regional sub-model, which determines the increments of activities for the whole region in the hypotheses of new sets of activities with new characteristics (households with new income or new car-ownership, employment of different types, etc.).

ii) The land use sub-model which allocates the new totals to zones within the city, thus establishing the land uses as well as calculating the demand in terms of trips.

iii) The transport model which distributes trips to the transportation system and calculates the cost of travel between zones.

The way in which the model feeds back the information is shown in Fig. 3. The process begins in the regional model where allocation of activity totals is calculated taking into consideration a „total location cost" at the city level. From this, activities are distributed, considering previous costs of location at the zone level and generating at the same time a certain of trips. Trips are then distributed to the network together with previous costs of travel at a route level. Once traffic is loaded on the network, the cost of travel at the route level is recalculated generating the firstsmallest feedback, which can be considered to be instantaneous or lagless. A new cost at zone level can be calculated which will feed back to the activity distribution model, this time including a small time lag ($\delta$). Finally, a general cost at the city level can be calculated, which will feed back to the regional model, with a larger lag ($\Phi$).

## 3. Three Levels of Implementation

### 3. 1. The First Level Model

This model is the simplest of all and has been implemented in São Paulo, Brazil [6]. The elements of the urban system are defined as follows :

a) Within-Place Activities are defined by trip ends, either Origins or Destinations. Origins which are related mainly to residential activities are sub-divided into two types : $n = 1$, origins with car available and $n = 2$, origins without car available. Destinations are related mainly to non-residential activities (i.e. Employment and Services).

b) Between-Place Activities are defined by trips between zones from origins to destinations. These trips are differentiated by the type of person (with or without car available), by the mode of transport (car, bus, etc.), and route of the trip. Also the number of vehicles is defined on each route.

c) Adapted Spaces are defined by the floorspace and the land used by the within-place activities. Thus the land used by origins with car available, origins without car available, and destinations are defined in each zone together with the vacant land.

d) Channel Spaces are defined by the cost of transport between zones, by each mode of transport and by each route. This cost is the product of the configuration of the network (i.e. distance, capacity, etc.), the pricing policy (i.e. fares, taxes, etc.), and the utilization of the network (i.e. volumes of vehicles).

Following the overall framework in the preceding section, the model contains six sub-models : the regional sub-model which calculates the increments of origins and destinations in each time period ; the land use sub-model which allocates these increments to each zone of the city ; the

transport sub-model which allocates the trips between zones, modes of transport and routes; the transport cost sub-model which determines the generalized transport cost between zones by modes and routes; the locational cost sub-model which determines the generalised locational cost of activities in each zone; and finally, the regional cost sub-model which determines the generalised cost for the region of attracting increments of Activities.

The regional sub-model determines the increments of origins by type $\Delta^t O^n$, as a function of the increase in Households, $H^n$, due to net migrations, as well as the origins which switch from noncar ownership to car owners, ${}^tO^s$, due to the increase in income, $\Delta^t I$, for the region, i.e.

$$(1)\quad \Delta^t O^n = f({}^{t-\Phi}H^n,\ {}^{n,t-\Phi}C^n), \qquad (2)\quad {}^tO^s = f({}^{t-\Phi}H^n,\ {}^tI,\ \xi^n),$$

$$(3)\quad \Delta^t D = \Sigma_n \Delta^t O^n + {}^tO^s,$$

where: $\Delta^t D$ — increase in destinations at time $t$, $\xi^n$ — trip rate by type $n$, ${}^{t-\Phi}C^n$ — regional cost at previous time period $t-\Phi$, by type $n$.

The land use sub-model allocates the increment of origins and destinations (activities) to individual zones (i.e. $\Delta^t O_i^n$ and $\Delta^t D_j$). This allocation is done by a „potential" model. The potential of the zone is defined by an attractor term, $W_j^n$ or $W_j^d$, which represents the availability of land for that activity and the provision of public utilities. Also the potential of the zone is defined by the locational cost oft hat activity in the previous time period ${}^{t-\delta}C_i^n$ or ${}^{t-\delta}C_j^d$, i.e.

$$(4)\quad \Delta^t D_j = \Delta^t D\ ({}^tW_j^d)^{\alpha d}\ \exp\left(-\lambda^d\ {}^{t-\delta}C_j^d\right){}^tA^d$$

and

$$(5)\quad \Delta^t O_i^n = \Delta^t O^n({}^tW_i^n)^{\alpha n}\ \exp\left(-\lambda^n\ {}^{t-\delta}C_i^n\right){}^tA^n,$$

where ${}^tA^d$ and ${}^tA^n$ — normalisation terms, $\alpha$, $\lambda$ — parameters to be calibrated.

The sub-model determines also the demand for floorspace by each activity type and their land use. The land use is calculated as a function of the plot ratio of the zone in the previous time period. The plot ratio is the quantity of floorspace per unit of land. The higher the overall plot ratio of the zone, the higher still will be the plot ratio for individual activities. The calculation of land is necessary because the increments of activities are allocated in a hierarchical form: first the destinations which can bid more for the land; secondly the origins with car available, after the land for destinations has been subtracted; finally, the origins without car available are allocated to the remaining land.

The transport sub-model allocates trip from an origin $i$ to a destination $j$ by the person type $n$ (with car available or without car available), using a transport mode $k$ (private or public), by a route $r$, $T_{ij}^{nkr}$. The allocation of trips is done by the route $r$ connecting each pair of zones, $Q_{ij}^{kr}$, and as a function of the cost of travel, $C_{ij}^{nkr}$, i.e.

$$(6)\quad T_{ij}^{nkr} = O_i^n\ D_j\ Q_{ij}^{kr}\ \exp\left(-\beta^n\ C_{ij}^{nkr}\right) A_i^n B_j,$$

where $A_i^n$ and $B_j$ are normalisation terms for origin and destination respectively and $\beta^n$ are parameters to be calibrated.

This model is similar to W i l s o n's model [9] with an *a priori* probability term $Q_{ij}^{kr}$, to take into account the different capacities of each route. Also the generalised cost, $C_{ij}^{nkr}$, is dependent on the person type $n$ because of the different value of time by each type.

The sub-model also calculates the number of vehicles in each route $V_{ij}^{nkr}$, by dividing the number of trips by an average occupancy factor per mode. These vehicles are transformed to equivalent car units.

The transport cost sub-model determines the generalised cost of travel between pairs of zones by person type $n$, mode $k$, route $r$. This cost is calculated and includes the time of travel, $t_{ij}^{nkr}$, and the out-of-pocket expences (i.e. petrol, fares, parking, costs, etc.), $p_{ij}^{kr}$, between zones, i.e.

$$C_{ij}^{nkr} = w^n t_{ij}^{kr} + p_{ij}^{kr}, \tag{7}$$

where $w^n$ is value of time per person type $n$.

The time of travel is a function of the volume of vehicles in the route and its capacity, i.e.

$$t_{ij}^{kr} = f(V_{ij}^{kr}/Q_{ij}^{kr}). \tag{8}$$

The locational cost sub-model determines the generalised cost of location by activity type, $C_i^n$ or $C_j^d$ (accesibility of each zone to reach destination by person type), i.e.

$$C_i^n = \frac{\sum_j D_j C_{ij}^n}{\sum_j D_j} \tag{9}$$

and the cost for destinations to reach origins is calculated

$$C_j^d = \frac{\sum_i \sum_n O_i^n w^n C_{ij}^n}{\sum_i \sum_n O_i^n}$$

including a weight $w^n$, which is the income of the type $n$. The values of $C_{ij}^n$ are calculated as follows

$$C_{ij}^n = \frac{\sum_k \sum_r T_{ij}^{nkr} C_{ij}^{nkr}}{\sum_k \sum_r T_{ij}^{nkr}}. \tag{10}$$

The regional cost, $C^n$, can be calculated as follows

$$C^n = \frac{\sum_i O_i^n C_i^n}{\sum_i O_i^n}.$$

Fig. 4 shows the overall structure of the model. The parameters $\delta$ and $\Phi$ are the „time lags" or response time for the locations of activities and regional growth respectively.

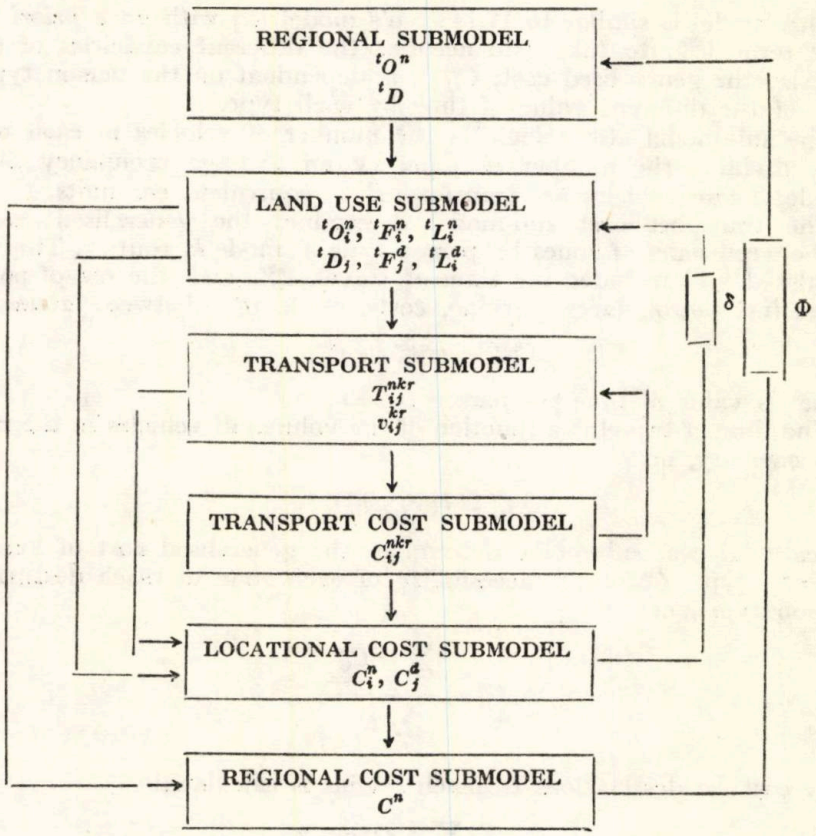



Fig. 4. — Structure of the first level model.

The second and the third level of the model, as well as some conclusions, will be presented in the next section of the Bulletin.

*Received, May 1, 1976*

*The Martin Centre,*
*University of Cambridge, England*

## REFERENCES

1. Alonso W., *Location and Land Use: Towards a General Theory of Land Rent.* Harvard University Press, Mass., 1964.
2. Baxter R., Echenique M., Owers J., *Urban Development Models.* The Construction Press, Lancaster, 1975.
3. de la Barra T., Echenique M., Guendelman J., Quintana M., *An Urban-Regional Model.* Working paper *78*, Land Use and Built Form Studies, Cambridge, 1974.
4. Echenique M., Crowther D., Lindsay W., *An Urban Stock and Activity Model.* Regional Studies, *3*, 248—268 (1969).
5. Echenique M., Feo A., Herrera R., Riquezes J., *A Disaggregated Model of Urban Spatial Structure: Theoretical Framework.* Environment and Planning A, 6, 33—63 (1974).

6. Echenique M., Feo A., Herrera R., Riquezes J., *A Disaggreggated Model of Metropolitan Area : Caracas*. Working Paper *9*, Land Use and Built Form Studies, Cambridge, 1975.
7. Echenique M., *An Integrated Land Use and Transport Model*. Martin Centre, Cambridge, 1976.
8. Lowry I. S., *A Model of Metropolis*. RM-4035-RC, The Rand Corporation, Santa Monica, 1964.
9. Wilson A. G., *Entropy in Urban and Regional Modelling*. Pion, London, 1970.

## MODELE DE PLANIFICARE INTEGRATĂ A TRANSPORTURILOR ŞI A UTILIZĂRII TERENULUI URBAN (I)

(Rezumat)

Se prezintă o analiză amănunţită a problemei integrării modelelor de transport cu cele de utilizarea terenului urban, descriind ariile de cercetare realizate la Martin Centre, Cambridge. Această analiză se bazează pe cercetarea teoretică susţinută de mai mulţi ani şi pe experienţa practică în simularea utilizării terenului urban şi a transporturilor în diferite oraşe din America Latină.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.1

# INFLUENŢA COMPOZIŢIEI SURSEI DE APĂ ASUPRA TASĂRII SUPLIMENTARE A PĂMÎNTURILOR LOESSOIDE

DE

TUDOR SILION, AL. CIORNEI, V. GRECU şi V. MUŞAT

## 1. Introducere

Principalele surse de umezire ale pămînturilor loessoide sînt: scurgerea din conducte (avariate) a apei potabile, scurgerea apei din conductele de canalizare şi termoficare (apă cu caracter bazic sau acid), scurgerea apei din construcţii tehnologice (bazine, rezervoare, turnuri de răcire etc.), pătrunderea precipitaţiilor atmosferice (apa, filtrîndu-se prin straturile de pămînt vegetal de la suprafaţă, capătă un caracter acid), ridicarea nivelului apelor subterane sau infiltraţia apei din canalele de irigaţii. Din multitudinea de cazuri examinate [1] se consemnează faptul că umezirile păturilor loessoide se produc în 40% din cazuri — datorită apei din canalizare, în 20 ... 10% din conductele de apă potabilă şi termoficare şi în 20% din cazuri — prin pătrunderea apei din precipitaţii atmosferice în special în timpul execuţiei construcţiilor, cînd lipseşte sau nu funcţionează drenajul.

În lucrările [2] ... [4] se prezintă o serie de aspecte cu privire la influenţa compoziţiei sursei de umezire asupra tasării suplimentare a pămînturilor sensibile la umezire şi cu privire la stabilirea substanţelor de cimentare care condiţionează legătura pămînturilor loessoide.

## 2. Date cu privire la compoziţia şi structura pămîntului loessoid de Iaşi

Pămînturile loessoide prezintă un sistem poros specific (alcătuit din micropori, pori structurali şi macropori [5], [6]), la care predomină fracţiunea prăfoasă.

Legătura dintre particule se datorează liantului argilos, cimentării cu ajutorul sărurilor de cristalizare şi al gelului de siliciu de la suprafaţa fracţiunilor de nisip. În fig. 1 se prezintă această schematizare a structurii pămînturilor macroporoase loessoide propusă de S. Andrei [7].

Din punct de vedere granulometric, pămîntul loessoid de Iaşi a fost reprezentat în diagrama ternară din fig. 2. Din figurarea celor 507 probe s-a observat o uşoară diferenţiere granulometrică între cele trei zone geomorfologice. Caracteristica pămînturilor loessoide, în general, de a avea ca fracţiune preponderentă prafului (43%... 47%) este prezentă şi în cadrul depozitelor din zona Iaşi.

În ceea ce priveşte fracţiunea argiloasă, care are rol de ciment de legătură şi influenţează o serie de proprietăţi specifice ale pămînturilor sensibile la umezire, în zona Iaşi are valori ridicate (25% ... 29%).

Prin folosirea celor două analize, termo-diferenţială şi spectru în infraroşu, s-a constatat [8] că în fracţiunea argiloasă a pămîntului loessoid

de Iași se găsește, ca mineral argilos preponderent, illitul și, în cantitate mică, montmorillonitul.

Illitul face parte dintre mineralele cu structură plană, avînd rețeaua cristalină, fixă, tristratificată. Montmorillonitul, cel de al doilea mineral argilos, are o structură asemănătoare cu cea a illitului. Deosebirea constă în faptul că structura acestui mineral argilos are posibilitățăți de înlocuire, care conferă o sarcină electrică negativă rețelei cristaline. Deficitul de sarcini pozitive este echilibrat de cationii adsorbiți din mediul exterior,

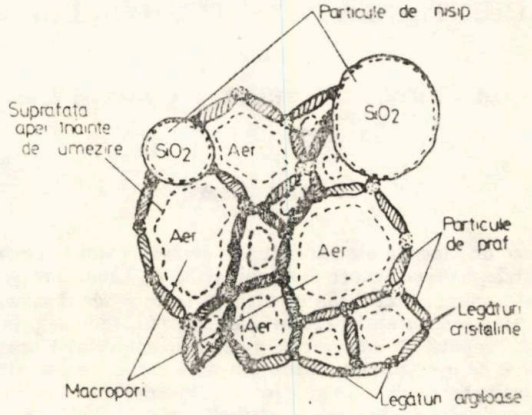



**Fig. 1. — Schemă a pămîntului macroporos loessoid [7].**

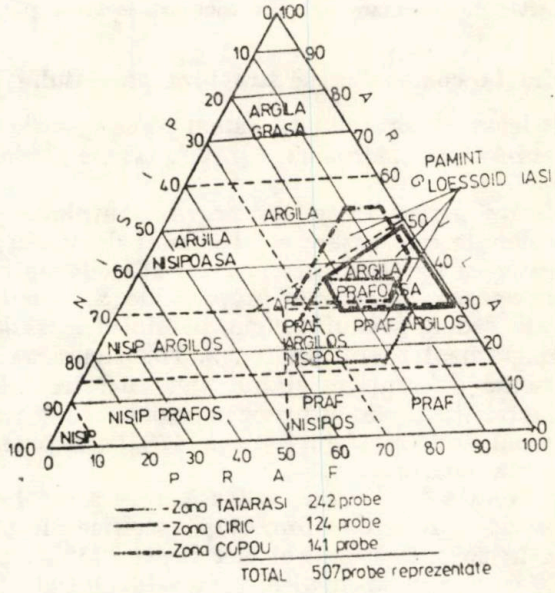



**Fig. 2. — Reprezentarea granulometrică a pămîntului loessoid de Iași.**

reținuți pe fața exterioară a lamelelor. Datorită acestor legături slabe între lamele apa poate pătrunde între ele, provocînd umflarea minereului.

Compoziția chimică (tabelul 1) a probelor analizate [8] scoate în evidență caracteristicile specifice pămînturilor sensibile la umezire, comune pămîntului loessoid ieșean : predominarea siliciului, un procentaj ridicat de calcar și aluminiu, prezența fierului și a metalelor alcaline.

**Tabelul 1**

*Compoziția chimică a pămîntului loessoid de Iași*

| Oxizi [%] | | | | | | | | | $K_i = \frac{SiO_2}{Al_2O_3}$ | $CaCO_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $SiO_2$ | $Al_2O_3$ | $Fe_2O_3$ | FeO | MgO | CaO | $Na_2O$ | $K_2O$ | $H_2O$ 105°C | | |
| 54,36... ...60,74 | 9,62... ...16,60 | 0,56... ...2,03 | 2,79... ...5,45 | 0,60... ...3,14 | 6,65... ...8,96 | 0,79.... ... 1,14 | 1,93... ...3,02 | 3,02... ...4,95 | 3,16... ...6,07 | 5,74... ...13,07 |

În tabelul 1 se mai prezintă și cantitățile de $CO_3Ca$ pentru zona în studiu, care variază între 5,74 ... 13,07%. Aceste acumulări s-au format într-un climat umed, care a favorizat levigarea $CO_3Ca$, datorită precipitațiilor din stratele superioare în adîncime.

## 3. Programul și rezultatele experimentărilor

Programul experimentărilor propuse a cuprins realizarea unor încercări la compresiune în edometru, recoltate din probe netulburate de pămînt loessoid de Iași (Copou), neinundate (6 probe) și inundate (cîte 3 probe).

Umezirea s-a realizat cu apă potabilă, iar în paralel cu soluții de EDTA, acid clorhidric (HCl), clorură de magneziu ($MgCl_2$), carbonat de calciu ($CaCO_3$), sulfat de natriu ($Na_2SO_4$), sulfat de magneziu ($MgSO_4$) și petrol lampant.

Analizînd rezultatele obținute din umezirea pămînturilor loessoide cu apă potabilă și cu EDTA chimic (sare disodiu etilenică — diamină — acid tetraacetic) s-a observat (fig. 3), la aceasta din urmă, o micșorare substanțială (80%) a rezistenței structurale.

Una dintre cauzele care a produs diferența mare între tasările suplimentare la umezire a fost faptul că soluția de EDTA chimic a dizolvat o parte din cimentul natural între particule, alcătuit din carbonați, ghips și compuși feroși.

Tasarea specifică suplimentară, în cazul umezirii cu o soluție de acid clorhidric (fig. 3), este mai mare ($i_{m3} = 15,5\%$) decît cea provocată de apa potabilă ($i_{m3} = 6,7\%$). Mărirea tasării suplimentare este datorată, în parte, dizolvării sărurilor solubile (carbonați de calciu sau magneziu), care se presupune că determină echilibrul structurii macroporoase a pămîntului loessoid.

În vederea cercetării aportului ghipsului la cimentarea particulelor ce compun scheletul pămîntului loessoid, inundarea, în cadrul încercării edo-

metrice, s-a realizat cu o soluție de $MgCl_2$, în care dizolvarea ghipsului este de 2,5 ori mai mare decît în apa potabilă.

Din fig. 3 se poate constata că rezistența structurală în cazul umezirii cu o soluție de clorură de magneziu este mai mică cu 55%, comparativ cu inundarea cu apă potabilă.

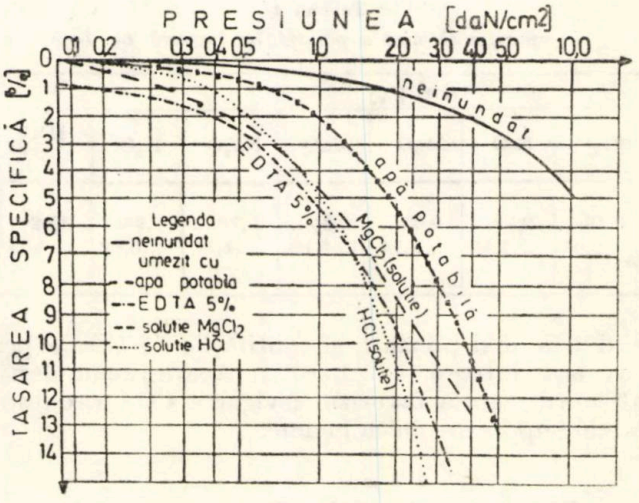



**Fig. 3. — Influența inundării probelor de loess cu apă potabilă, EDTA, acid clorhidric (HCl) și clorură de magneziu ($MgCl_2$) asupra tasării suplimentare.**

Se observă, deci, că și ghipsul are o pondere în cimentarea structurii loessoide.

În plus, la umezirea în cadrul încercărilor de compresiune edometrică cu soluții, care au pH-ul bazic sau acid, mărirea tasării suplimentare este cauzată și de dispersia „cimentului argilos", la care particulele coloidale alcătuite din minerale neexpansive (illit) formează o asociere floculantă stabilă. Gradul mare de consolidare a particulelor floculante de argilă se datorește concentrării locale de presiune dintre particulele granulare (nisip și praf). Dispersia accentuată a argilei de legătură, în cazul umezirii cu EDTA, HCl, $MgCl_2$ se realizează datorită înlocuirii ionilor din complexul de adsorbție cu cationii din soluțiile de umezire.

În continuarea experimentărilor s-au urmărit efectele umezirii cu petrol lampant a probelor de pămînt loessoid, comparativ cu cele ale umezirii cu apă potabilă. În cazul umezirii cu acest lichid nepolar, care manifestă proprietăți liofobe față de suprafața fracțiunii argiloase, s-a constatat că pînă la o presiune de 1 daN/cm² nu se produc tasări suplimentare prin umezire (fig. 4).

Umezirea cu soluții saturate cu săruri, cum sînt carbonatul de calciu ($CaCO_3$), sulfatul de natriu ($Na_2SO_4$) sau sulfatul de magneziu ($MgSO_4$),

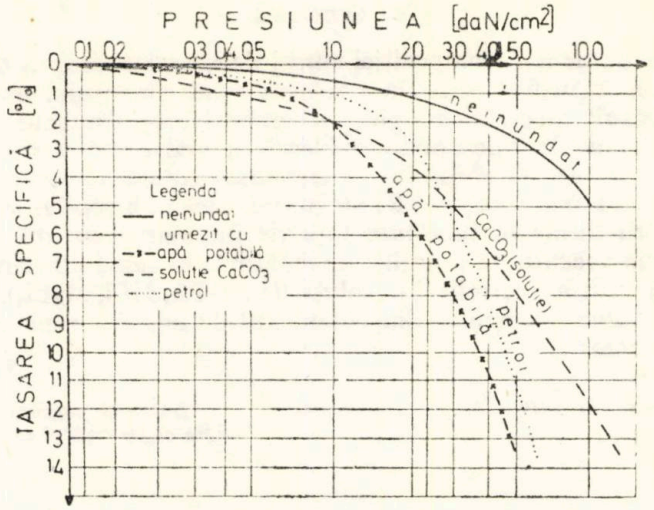



**Fig. 4. — Compararea umezirii, în edometru, cu apă potabilă și soluție de carbonat de calciu ($CaCO_3$) sau petrol.**

produce o dizolvare redusă a acelorași săruri conținute de pământul loessoid, ceea ce conduce la tasări suplimentare, comparabile cu cele corespunzătoare apei potabile sau chiar mai mici (fig. 4 și 5).

Din experimentările efectuate se constată că, în aceleași condiții de umezire, se pot produce tasări suplimentare considerabil deosebite în toate cazurile cînd diferă natura electrolitului din lichidele de umezire.

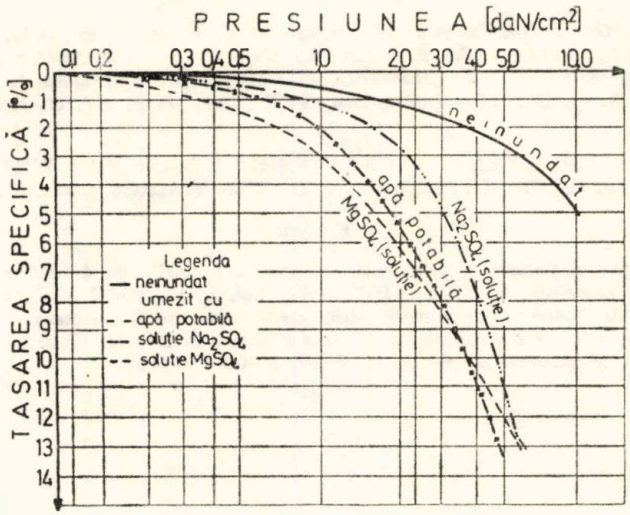



**Fig. 5. — Influența umezirii probelor de loess cu apă potabilă, soluții de $Na_2SO_4$ și $MgSO_4$.**

## 4. Concluzii

Analiza influenţei compoziţiei sursei de umezire asupra tasării suplimentare a pământurilor loessoide a relevat rolul cimentului natural, între particule, alcătuit din carbonaţi, ghips şi compuşi feroşi (inundarea cu EDTA sau HCl a condus la micşorarea evidentă a rezistenţei structurale).

Aportul influenţei ghipsului la cimentarea particulelor a fost determinat prin inundarea cu clorură de magneziu, ceea ce a condus la micşorarea rezistenţei structurale la jumătate faţă de inundarea cu apă potabilă.

Dispersia accentuată a argilei de legătură, în cazul umezirii cu lichide la care diferă natura electrolitului (soluţii de EDTA, HCl, $MgCl_2$), se produce ca urmare a înlocuirii ionilor din complexul de adsorbţie cu cationii din soluţiile de umezire.

*Primită la 2 noiembrie 1977*

*Institutul politehnic, Iaşi,*
*Catedra de fundaţii şi căi de comunicaţii*

### BIBLIOGRAFIE

1. Крутов В. И., *Расчёт фундаментов на просадочных грунтах.* Стройиздат, М., 1972.
2. Абелев Ю. М., Абелев М. Ю., *Основы проектирования и строительства на просадочных макропористых грунтах.* Изд. лит. по строит., М., 1968.
3. Mitchell J., Houston W., *Causes of Clay Sensitivity.* J. of the Soil Mech. a. Found. Div., *SM*$_3$, 845—871 (1969).
4. Reginatto A. R., Ferrero J. G., *Collapse Potential of Soils and Soil—Water Chemistry.* Proc. of the Eighth Intern. Conf. on Soil Mech. a. Found. Eng., Session 4, 2, 177—183 (1973).
5. Gheorghe Al., *Prelucrarea şi sinteza datelor hidrogeologice.* Ed. Tehn., Buc., 1974.
6. Кригер Н. У., *Лесс, его стойства и связь с географической средой.* Изд. „Наука", М., 1965.
7. Andrei S., *Geotehnica. Fizica pământurilor.* Inst. de constr., Buc., 1974, 282.
8. Ciornei Al., Silion T., Erhan V., Covali G., *Recherches sur les propriétés physiques et sur les caractéristiques chimiques-minéralogiques du loess de la ville de Jassy.* Bul. Inst. polit., Iaşi, XVII (XXI), *1—2*, s.V, 69—78 (1972).

### L'INFLUENCE DE LA COMPOSITION DE LA SOURCE DE L'EAU SUR L'ENTASSEMENT SUPPLÉMENTAIRE DES TERRES LOESSOÏDALES

(Résumé)

On a soumis à l'effort de compression dans l'édomètre, des épreuves monolithes soit noninondées, soit inondées avec EDTA, HCl, $MgCl_2$, $CaCO_3$, $Na_2SO_4$, $MgSO_4$ et pétrole.

L'analyse de l'influence de la composition de la source de l'humectation sur l'entassement supplémentaire des terres loessoïdales a mis en évidence le rôle du ciment naturel, entre les particules, formé de carbonates, plâtre, fer ferrique et fer ferreux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 625.8

# EVOLUȚIA STĂRII DE FISURARE LA O ÎMBRĂCĂMINTE RUTIERĂ DIN BETON DE CIMENT ARMAT CONTINUU (I)

DE

HORIA ZAROJANU și GH. GUGIUMAN

## 1. Introducere

În articolul de față se prezintă rezultatele măsurătorilor și observațiilor efectuate pe un sector experimental prevăzut cu îmbrăcăminte din beton de ciment armat continuu, fără rosturi (I.B.A.C.). Sectorul experimental, primul de acest tip din țara noastră, a fost realizat la solicitarea Direcției Drumurilor din Ministerul Transporturilor și Telecomunicațiilor, în anul 1975, justificat de necesitatea de a dispune de o decalare în timp suficientă între experimentare și data introducerii în practica curentă de proiectare a acestei soluții.

I.B.A.C. este recomandată în cazul circulației cu viteze ridicate. Perioada de serviciu, superioară față de aceea a îmbrăcămintii clasice din beton simplu, reducerea practic totală a lucrărilor de întreținere, economia la cheltuielile variabile de transport datorită circulației pe o suprafață de rulare lipsită de denivelările sistematice de la rosturile transversale, reprezintă tot atîtea elemente care conduc la cheltuieli echivalente mai reduse față de soluția clasică și pot susține adoptarea I.B.A.C.

## 2. Soluția propusă

Soluția proiectată și condițiile de execuție sînt prezentate detaliat în [1]. Dintre acestea, pentru a permite o interpretare a rezultatelor trebuie precizate următoarele :

a) *Sectorul experimental* este de tip integrat.

b) *Amplasament* : pe D.N. 12 A Miercurea-Ciuc — Comănești, într-o localitate rurală ; zona climatică I (tip climatic III — T h o r n t h w a i t e).

c) *Alcătuire* : sectorul, în lungime de 211 m, constă din : dala propriu-zisă, realizată pe o bandă de circulație, prevăzută la extremități cu culei de suprafață, avînd rolul de a reduce deplasările extremităților (fig. 1). Trecerea la îmbrăcămintea de tip clasic se asigură prin dale flotante ; între culei și dalele flotante s-au realizat rosturi elastice.

Cea de a doua bandă de circulație s-a realizat în soluție clasică, urmărindu-se asigurarea unor acelorași factori de influență pentru cele două

soluții, deși nu se poate cunoaște comportarea rostului longitudinal specific I.B.A.C.

d) *Elemente geometrice* : sectorul este în aliniament, avînd o declivitate de 1,65%. Profilul transversal este „la nivelul terenului". Lățimea benzii de circulație este de 3,00 m.

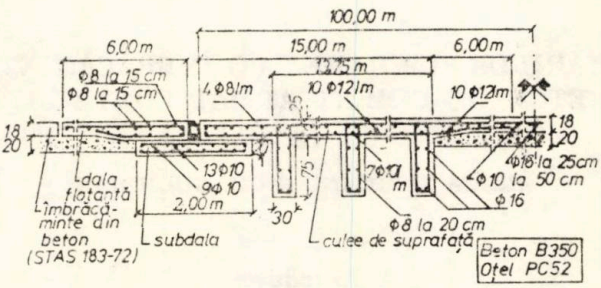



**Fig. 1. — Îmbrăcăminte din beton armat continuu; secțiune longitudinală, sector experimental.**

d) *Sistemul rutier* : dală din B 350, de 18 cm grosime (dimensionare cu o relație A.A.S.H.O. Road Test), pe o fundație din balast, după caz zestre existentă sau cu completări peste 15 cm grosime.

Procentul de armare longitudinală s-a asigurat sub limita economică, ceea ce conduce, după relația V e t t e r [2], la un coeficient de siguranță de 1,04. S-au folosit bare ∅ 16 mm din P.C. 52.

Armarea transversală s-a realizat cu ∅ 10 mm din P.C. 52 montate perpendicular pe barele longitudinale, sub acestea, la fiecare 50 cm.

Dala a fost turnată în două straturi, montarea armăturii — panouri realizate în prealabil — făcîndu-se pe primul strat. La îmbinarea panourilor (trei bucăți pe lățimea dalei) s-a asigurat un decalaj de minimum 1,30 m între panourile alăturate. Suprapunerile s-au realizat pe 70 cm pentru armătura longitudinală și pe 15 cm pe cea transversală.

Acoperirea cu beton a armăturii longitudinale s-a prevăzut de 5,0 cm, condițiile de execuție conducînd la o variație de ± 1 cm, ceea ce a asigurat ca în nici o secțiune armătura să nu coboare sub axa mediană.

e) *Condiții de execuție* : amplasamentul sectorului experimental, dictat de eșalonarea execuției modernizării drumului național în cauză, a condus la o distanță de transport, pentru beton, de 20 km, în condiții curente pentru execuția sub exploatare în regiune de munte, inclusiv traversarea a două pasaje de nivel.

Durata medie de la prepararea betonului pînă la finisarea stratului superior al dalei a fost de 4 ore și 5 min.

S-a prevăzut un singur rost de lucru, la sfîrșitul primei zile de execuție, rostul comportînd dublarea armăturii longitudinale, pe o lungime de 2,0 m.

Betonul a fost confecționat cu un raport $A/C = 0{,}45$ prezentînd 2,4% aer oclus (adaos 0,3% Disan).

Protecția betonului s-a realizat în condițiile normate pentru betonul rutier obișnuit.

f) De remarcat faptul că au fost folosite materiale de tip curent (marca armăturii; tipul de fundație) în condițiile de dotare existentă cu utilaje specifice.

### 3. Rezultate experimentale

Urmărirea evoluției stării de fisurare s-a efectuat la perioade de timp reprezentative.

Evoluția stării de fisurare, exprimată prin indici cantitativi, este prezentată în tabelul 1, la întocmirea căruia s-a ținut seama de următoarele observații :

a) Fisurile relativ apropiate, dar incomplete, de tipul celor din fig. 2, au fost luate în considerare o singură dată (dar cu întreaga lungime fisurată) întrucît nu reprezintă încă efectul a două fisuri succesive, care să conducă la separarea unui volum de beton sub cel minim, necesar unei stabilități corespunzătoare. În general $d_1 \leqslant 15$ cm și $d_2 \leqslant 20$ cm, valorile limită fiind de 25 și, respectiv, 35 cm.

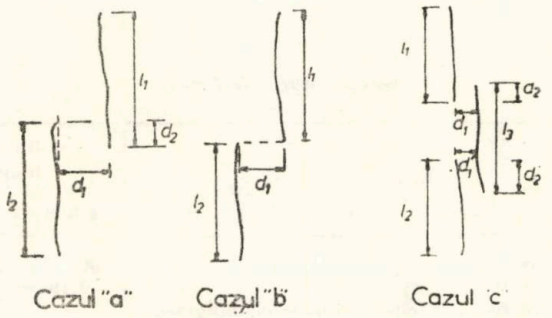



Fig. 2. — Fisuri incomplete într-o secțiune, considerate ca o fisură unică cu $L_f = \Sigma l_i$.

b) Fisurile avînd lungimea sub 0,75 m, adică sub 25% din lățimea dalei, și care se manifestă începînd de la rostul longitudinal, au fost luate în considerare și separat, la calculul indicilor de fisurare, deoarece există posibilitatea ca existența lor să fie datorată nerealizării rostului longitudinal specific pentru I.B.A.C.

c) S-au considerat ca fisuri manifestate pe o direcție perpendiculară axului dalei, fisurile la care abscisele extremităților diferă cu maximum 20 cm.

La acestea trebuie adăugate diversele ramuri, ale fisurilor de tipul din fig. 2, care îndeplinesc condiții de perpendicularitate.

d) Prin „fisuri legate" s-au numit fisurile la care se întîlnește una din situațiile reprezentate în fig. 3.

Observațiile efectuate după doi ani de la execuție, la o temperatură de + 25°C, au permis constatarea că fisurile sînt practic închise, chiar fisurile care au, la suprafață, o deschidere pînă la 0,3 mm fiind închise în adîncime.

La circa 15% din fisuri se înregistrează degradarea muchiilor pe 0,5 ... 2,0 cm în plan orizontal și 0,1 ... 0,5 cm în adîncime.

Degradarea este practic uniformă în lungul fisurilor, nefiind legată de circulația pe fîșii mai solicitate. Uniformitatea degradărilor, în lungul diverselor fisuri, se datorează depășirilor frecvente ca urmare a amplasării sectorului experimental într-o localitate rurală, iar cauza degradărilor trebuie căutată și în prezența unui număr relativ mare de vehicule cu tracțiune animală.

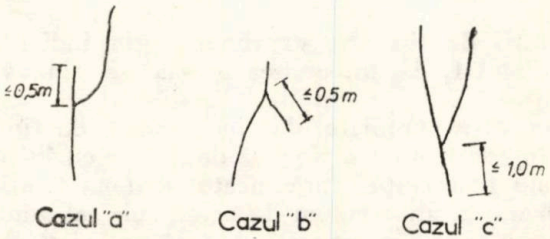



Fig. 3. — Exemple de „fisuri legate".

**Tabelul 1**

*Evoluția stării de fisurare*

| Nr. crt. | Indice | Rezultatele măsurătorilor (după execuție) | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 4 luni | 10 luni | 16 luni |
| 1 | Numărul fisurilor | 90 | 165 | 201 |
| 2 | Distanța între fisuri, [m] | 2,19 | 1,20 | 0,99 |
| 2a | Distanța între fisuri, exclusiv fisurile cu lungime sub 0,75 m, [m] | | 1,26 | 1,04 |
| 3 | Distanța între fisuri, exclusiv culeele de suprafață, [m] | | 1,03 | 0,84 |
| 3a | Distanța între fisuri, exclusiv fisurile cu lungime sub 0,75 m, [m] | | 1,08 | 0,89 |
| 4 | Lungimea totală a fisurilor, [m] | | 354,10 | 488,74 |
| 5 | Lungimea medie a fisurilor, [m/buc.] | | 2,15 | 2,43 |
| 6 | Numărul de fisuri echivalente (a cîte 3,00 m/ fisură) | | 118 | 163 |
| 7 | Distanța între fisurile echivalente (poz. 6), [m] | | 1,67 | 1,21 |
| 7a | Distanța între fisurile echivalente, exclusiv culeele de suprafață [m] | | 1,43 | 1,02 |
| 8 | Fisuri perpendiculare pe axul dalei (exclusiv cele de tipul din fig. 2), [%] | | 70 | 63 |
| 8a | Lungimea fisurilor perpendiculare pe ax/procentul din lungimea totală, [m/%] | | 224,6/63,4 | 262,5/53,9 |
| 8b | Lungimea medie a fisurilor de la poziția 8, [m/buc.] | | 1,94 | 2,07 |
| 9 | Fisuri de tipul celor din fig. 3, [buc.] | — | 1 | 5 |
| 9a | Lungimea medie a fisurilor de la poziția 9, [m/buc.] | — | 3,45 | 3,55 |

În fig. 4 se reprezintă starea de fisurare prin gruparea (numerică și ca lungime de fisuri) în funcție de intervalul dintre fisuri.

## 4. Concluzii

1. Urmărirea comportării sectorului experimental realizat cu materiale curente și în condițiile dotării actuale a șantierelor de construcții drumuri va permite : a) stabilirea oportunității adoptării I.B.A.C. ca soluție pentru modernizarea drumurilor existente, în zonele climatice în care sînt recomandate sistemele rutiere rigide ; b) stabilirea perioadei de evoluție a stării de fisurare, cu implicații privind decalarea necesară între recepția provizorie și recepția definitivă a I.B.A.C.

2. Deși observațiile efectuate, după doi ani de la execuție, nu arată nici un fel de degradare ca urmare a unor mase reduse a blocurilor de beton, porțiunile cu „fisuri legate", de tipul din fig. 3, vor face obiectul unor urmăriri individuale în viitor.

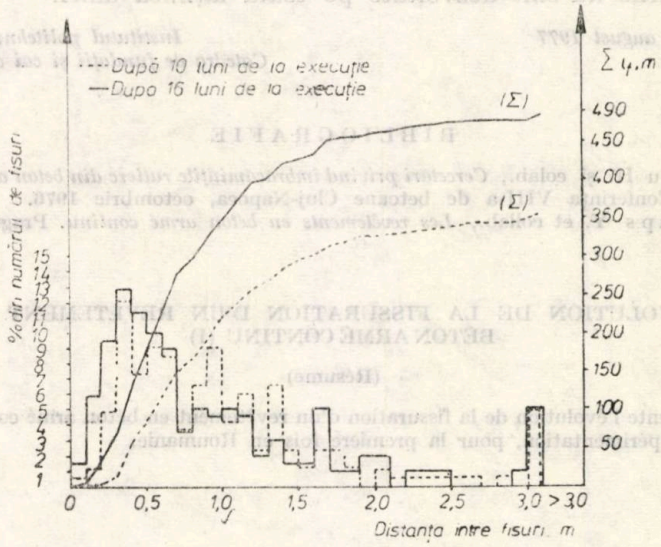



Fig. 4. — Evoluția stării de fisurare.

Caracterul nedistructiv, cel puțin pînă la etapa observată, a acestor fisuri rezultă și din lungimea medie a fisurilor antrenate, care este de 3,55 m (față de 3,00 m lățimea dalei).

3. Nu există corespondență univocă între starea de fisurare și durata de execuție a diverselor tronsoane.

4. Pe tronsonul pe care stratul de fundație s-a realizat prin completarea zestrei existente cu minimum 15 cm grosime de balast, distanța medie între fisuri este superioară celei rezultate pentru ansamblul sectorului. Oportunitatea unei fundații corespunzătoare rezultă și din susceptibilitatea la pompaj a I.B.A.C. [1].

5. Întrucît majoritatea fisurilor sînt dezvoltate pe o direcție perpendiculară pe axul dalei sau cu o oblicitate redusă, se justifică adoptarea armăturilor înclinate la 60° față de axul dalei, ceea ce va asigura o protecție superioară armăturii transversale [1].

6. La o temperatură ambiantă de + 25°C, fisurile se prezintă practic închise, chiar cele cu o deschidere, la suprafață, de pînă la 0,3 mm închizîndu-se imediat în adîncime.

7. Deși marginile fisurilor sînt degradate la un număr de circa 15% din fisuri, degradările sînt de ordin redus, neinfluențînd, pînă în prezent, suprafața îmbrăcămintii. Fisurile nu sînt sesizabile de către uzageri.

8. În condițiile renunțării la hîrtia K r a f t, pentru sporirea și uniformizarea frecării dală — fundație, lungimea medie a fisurilor reprezintă numai 81 % din lățimea dalei. Calculul distanței dintre fisuri, pentru o lungime echivalentă de 3,00 m/fisură conduce la o distanță de 1,21 m, în medie, ceea ce se înscrie în domeniul recomandat.

Distanța de 0,84 m între fisuri (tabelul 1, pct. 3) și care reprezintă 84% din valoarea minimă recomandată, nu are semnificație absolută întrucît fisurile nu sînt dezvoltate pe toată lățimea dalei.

*Primită la 15 august 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de fundații și căi de comunicații*

## BIBLIOGRAFIE

1. Z a r o j a n u H. și colab., *Cercetări privind îmbrăcămințile rutiere din beton armat continuu.* Conferința VIII-a de betoane Cluj-Napoca, octombrie 1976.
2. D e s c h a m p s Y. et collab., *Les revêtements en béton armé continu.* Prague, 1971.

## L'ÉVOLUTION DE LA FISSURATION D'UN REVÊTEMENT EN BÉTON ARMÉ CONTINU (I)

(Résumé)

On présente l'évolution de la fissuration d'un revêtement en béton armé continu, réalisé, avec titre d'expérimentation, pour la première fois en Roumanie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. .Z 625.8

# MARCAJE ORIZONTALE LA DRUMURI

## NOTA II

## UN LIANT PENTRU MIXTURI TERMOPLASTICE COLORATE

DE

BENIAMIN WEINŞTEIN, DAN POPOVICI, GH. GUGIUMAN şi I. HÎRHUI

## 1. Introducere

Prezenta lucrare constituie o continuare a articolului *Marcaje orizontale la drumuri* (I) [1], în care se arăta că vopsirea ocupă încă primul loc pe plan mondial în realizarea marcajelor, cu toate dezavantajele menţionate.

Căutările pentru găsirea unor noi metode sînt însă pe deplin justificate de faptul că pe măsura creşterii generale a motorizării, a intensităţii traficului, se amplifică şi principalul dezavantaj al vopsirii, durata redusă de serviciu [2]... [6].

Studiile întreprinse în acest scop, în cadrul catedrei de Fundaţii şi căi de comunicaţii, din Institutul politehnic din Iaşi, au mers pe linia realizării unor marcaje orizontale de durată din mixturi termoplastice colorate (M.T.C.).

Pentru o bună conlucrare acestea urmează să aibă caracteristici fizico-mecanice similare cu cele ale mixturilor bituminoase, care constituie, în mod preponderent, stratul de uzură al îmbrăcăminţilor la drumurile din R.S.R. În plus, urmînd a fi utilizate la execuţia marcajelor rutiere, mixturile termoplastice trebuie să posede, pe lîngă o durată de serviciu ridicată şi celelalte calităţi cerute acestora — păstrarea formei şi a culorii.

## 2. Studiul compoziţiei liantului

Cercetările pentru alegerea materialelor componente ale mixturii au indicat necesitatea realizării, în primul rînd, a unui liant asemănător cu bitumul rutier, dar care să permită şi obţinerea culorii albe pentru mixtura respectivă. În acest scop s-a luat în considerare utilizarea combinată a unor răşini sintetice şi naturale, care fiind parţial transparente, să permită obţinerea culorii dorite pentru mixtură şi care prin amestec să capete proprietăţi corespunzătoare de liant.

Analizînd proprietăţile unor răşini sintetice fabricate în ţară, s-au ales, pentru un studiu comparativ, două răşini din grupa alchidelor — Romalchid I.P. 70 şi Romalchid R.D. 40 — produse de Întreprinderea de lacuri şi vopsele „Policolor", Bucureşti, iar ca răşină naturală, colofoniu esterificat, livrat de aceeaşi întreprindere.

Colofoniul esterificat se prezintă în stare solidă, are o puternică proprietate de liere, un punct de înmuiere „inel — bilă" foarte ridicat (peste 80°C) și o penetrație, la 25°C, apropiată de zero. El este însă casant și nu rezistă la șocuri mecanice.

Rășinile alchidice folosite se prezintă sub forma unui lichid vîscos și au rolul de plastifiant în liant.

O primă serie de încercări, întreprinse în laborator pe amestecuri separate de colofoniu esterificat cu rășina I.P. 70 și respectiv cu rășina R.D. 40, au permis să se constate că în ambele cazuri rezultă lianți cu proprietăți convenabile, apropiate de cele ale bitumului rutier.

Studiul a fost continuat cu o variație liniară a dozajului de rășini în compoziția celor două tipuri de liant, pentru a stabili forma curbelor ce reprezintă principalele lor caracteristici, precum și cu o serie de încercări privind stabilitatea la temperatură, influența asupra culorii mixturii ș.a.

Din compararea tuturor informațiilor obținute astfel pe cele două tipuri de amestec, s-a reținut liantul format din Romalchid I.P. 70 și colofoniu esterificat care, în principal, prezintă avantaje în ceea ce privește stabilitatea proprietăților și asigurarea unui grad de alb mai ridicat pentru mixtură.

### 3. Principalele caracteristici ale liantului

Rezultatele studiilor de laborator referitoare la amestecul I.P. 70 cu colofoniu esterificat sînt prezentate în fig. 1. În abscisă este înscrisă variația dozajului de rășini în compoziția liantului, prin procentul de I.P. 70, iar în ordonată, parametrii de măsurare ai principalelor caracteristici studiate — penetrație, punct de înmuiere (I.B.), punct de rupere (F r a s s).

Din analiza curbei ce reprezintă variația penetrației funcție de modificarea raportului dintre cele două rășini în compoziția liantului, se poate observa că acesta se extinde practic pe întreaga gamă de bitumuri pentru drumuri.

Printr-o zonare a liantului după penetrație, în concordanță cu tipurile de bitum cunoscute și stabilirea valorilor corespondente pentru punctul de înmuiere și punctul de rupere, se obțin datele din tabelul 1.

Tabelul 1

| Tip liant | | Punct de înmuiere (I.B.), [°C] | | Punct de rupere Frass, [°C] | |
|---|---|---|---|---|---|
| Bitum | Penetrație | Liant MTC | Bitum | Liant MTC | Bitum |
| F | 40... 50 | 49...51 | 55...60 | +3...+7 | —10 |
| E | 51... 80 | 46...49 | 48...55 | —1...+3 | —12 |
| D | 81...120 | 43...46 | 43...49 | —1...—4 | —15 |
| C | 121...180 | 39...43 | 39...45 | —4...—8 | —17 |

Din comparația acestor date rezultă că valorile pentru punctul de înmuiere sînt sensibil apropiate la liantul pentru MTC și la bitum, diferențe mai mari observîndu-se între valorile corespunzătoare punctului de rupere.

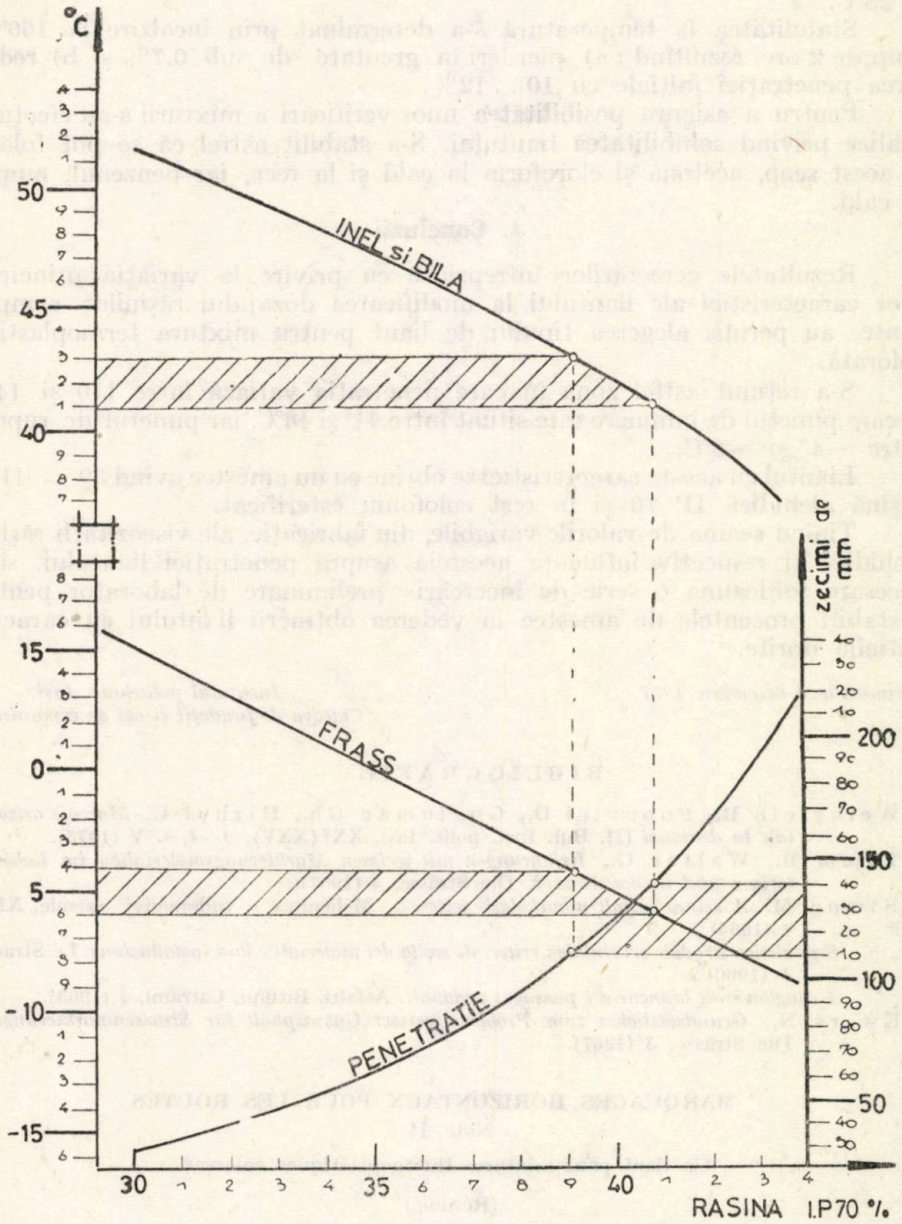



Fig. 1

Pentru o mai bună cunoaștere a liantului s-au întreprins o serie de încercări privind ductilitatea, stabilitatea la temperatură și solubilitatea. La toate încercările efectuate s-a obținut o ductilitate de peste 100 cm la 25°C.

Stabilitatea la temperatură s-a determinat prin încălzire la 160°C, timp de 2 ore, rezultînd : a) pierderi în greutate de sub 0,7% și b) reducerea penetrației inițiale cu 10 ... 12%.

Pentru a asigura posibilitatea unor verificări a mixturii s-au efectuat analize privind solubilitatea liantului. S-a stabilit astfel că se pot folosi, în acest scop, acetonă și cloroform la cald și la rece, iar benzenul, numai la cald.

## 4. Concluzii

Rezultatele cercetărilor întreprinse cu privire la variația principalelor caracteristici ale liantului la modificarea dozajului rășinilor componente au permis alegerea tipului de liant pentru mixtura termoplastică colorată.

S-a reținut astfel zona în care penetrația variază între 110 și 140, la care punctul de înmuiere este situat între 41° și 43°C, iar punctul de rupere între —4° și —6°C.

Liantul cu aceste caracteristici se obține cu un amestec avînd 39 ... 41% rășină alchidică IP 70 și în rest colofoniu esterificat.

Ținînd seama de valorile variabile, din fabricație, ale vîscozității rășinii alchidice și respectiv influența acesteia asupra penetrației liantului, sînt necesare totdeauna o serie de încercări preliminare de laborator pentru a stabili procentele de amestec în vederea obținerii liantului cu caracteristicile dorite.

*Primită la 5 decembrie 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de fundații și căi de comunicații*

## BIBLIOGRAFIE

1. Weinștein B., Popovici D., Gugiuman Gh., Hîrhui I., *Marcaje orizontale la drumuri* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXI(XXV), *3—4*, s. V (1975).
2. Tamm M., Walter G., *Erfahrungen mit weissen Markierungsmaterialien im Laboratorium und in der Praxix*. Die Strasse, *4* (1967).
3. Simon M. ,*A szines-aszfalt utburkolati jelzesek*. Méliépités — tudományi szemle, XIV, *1* (1964).
4. * * * *Segnaletica stradale orizontale : criteri di scelta dei materiali e loro installazione*. Le Strade, *1* (1960).
5. * * * *I conglomerati bianchi e i passaggi pedonali*. Asfalti, Bitumi, Catrami, *1* (1963).
6. Ewers N., *Grundsätzliches zum Problem weisser Gussasphalt für Strassenmarkierungen*. Die Strasse, *3* (1967).

## MARQUAGES HORIZONTAUX POUR LES ROUTES

### Note II

### Un liant pour mixtures thermoplastiques colorées

(Résumé)

On présente les résultats obtenus concernant la réalisation d'un liant semblable au bitum routier, mais qui, ayant un certain degré de transparence, permet l'obtention des couleurs voulues pour les mixtures thermoplastiques colorées, préconisées à être employées pour les marquages routiers.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625.8

# ÎNCERCAREA MIXTURILOR ASFALTICE LA COMPRESIUNE TRIAXIALĂ

DE

D. I. GANJULA, C. PLĂCINTĂ şi ZAHARIE SALINIUC

## 1. Introducere

Sub acţiunea solicitărilor date de circulaţie, în pavajele asfaltice apar, în afara unor eforturi verticale şi eforturi orizontale, la diferite adîncimi în sistemul rutier. Eforturile produse la suprafaţă scad odată cu adîncimea, iar reducerea eforturilor orizontale este mai accentuată decît a celor verticale.

În funcţie de raportul eforturilor verticale şi orizontale se atinge starea de echilibru limită pentru valori diferite ale unghiului de frecare internă $\varphi$ şi ale coeziunii $c$. De asemenea, prin creşterea parametrului $c$ eforturile orizontale care pot produce starea de echilibru limită sînt mai mari, aşa cum se întîmplă şi în cazul creşterii parametrului $\varphi$.

Dintre încercările care se întreprind în laborator pentru determinarea parametrilor $\varphi$ şi $c$, cea mai semnificativă este încercarea efectuată în aparatul triaxial, deoarece se foloseşte un singur tip de epruvetă, există o bună posibilitate de control asupra rezultatelor ce se obţin şi se pot folosi presiuni laterale corespunzătoare celor din operă.

## 2. Aparatura folosită, alegerea tipului de epruvetă

În cadrul facultăţii de construcţii din Iaşi s-a folosit, pentru încercări, un aparat triaxial tip IDM-T, (pentru pămînturi) căruia i s-au adus o serie de modificări şi completări şi anume : a) schimbarea sistemului de producere a efortului vertical ; b) încălzirea rezervorului cu apă pentru asigurarea regimului de temperatură a încercărilor ; c) introducerea unui manometru de control, racordat direct la cilindrul de încercare ; d) mărirea gamei de viteze de încercare. Întrucît, pentru încercarea betoanelor asfaltice sînt necesare eforturi verticale mai mari decît în cazul pămînturilor, celula de încercare s-a introdus între platanele unei prese universale de compresiune de 5 t, de tipul ZDM-5, produsă în R.D.G. (fig. 1).

Pentru a dispune de posibilitatea menţinerii unei temperaturi constante în timpul încercării (între 10° şi 50°C), rezervorul cu apă al aparatului triaxial s-a completat cu o baie de nisip încălzită prevăzută şi cu un termometru pentru urmărirea temperaturilor.

În circuitul de presiune al aparatului s-a legat direct cu cilindrul de încercare un manometru de control, pe de o parte pentru citirea cu

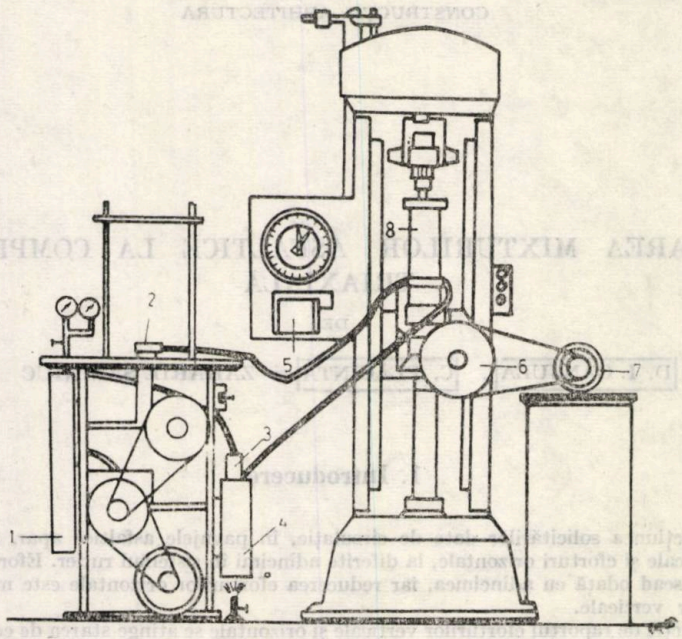



Fig. 1 — Instalație pentru încercarea la compresiune triaxială: *1* — compresor de aer, *2* — manometru pentru controlul presiunii laterale, *3* — rezervor de apă, *4* — baie de nisip, *5* — dispozitiv de înregistrare, *6* — volant pentru reducerea vitezei de încărcare verticală, *7* — motor electric pentru realizarea încărcării verticale cu viteză redusă, *8* — cilindru pentru încercarea triaxială.

mai multă exactitate a presiunilor laterale, iar pe de altă parte pentru a se cunoaște dacă se produc șocuri asupra epruvetei în timpul solicitărilor mecanice (fig. 2).

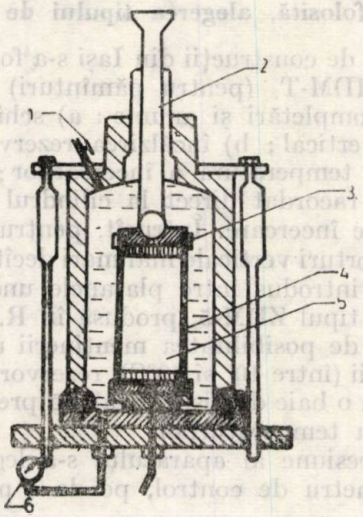



Fig. 2. — Celula pentru încercarea în aparatul triaxial: *1* — robinet pentru evacuarea aerului din celulă, *2* — piston pentru transmiterea efortului vertical, *3* — brățară pentru fixarea manșonului de cauciuc, *4* — manșon de cauciuc, *5* — epuvetă, *6* — manometru.

Lărgirea gamei de viteze de încercare a fost necesară deoarece prin folosirea mașinii universale pentru dezvoltarea efortului axial, se puteau realiza viteze de încercare între 5 și 25 mm/min, considerate prea mari față de solicitările care se dezvoltă în timpul exploatării pavajelor asfaltice. Prin cuplarea unui volant la axul de încărcare manuală a mașinii universale, acționat de un motor electric cu turație potrivită și alegerea unui raport de transmisie favorabil s-a ajuns să se dezvolte o viteză de înaintare a platanului de 1 mm/min, mărind astfel gama de viteze (1 ... 25 mm/min). În ceea ce privește presiunea laterală, aceasta se putea regla în intervalul cuprins între 0 și 12 ata.

Pentru stabilirea dimensiunilor epruvetelor cilindrice în vederea încercărilor s-au efectuat numeroase determinări. Acestea au arătat că pînă la realizarea unui raport de minimum $H/D = 2{,}5$ nu se obțin rezultate concludente ($H/D = 1$ ; 1,5 ; 2, pentru diferite valori ale lui $D$ cuprinse între 2,5 și 3,8 cm).

Față de gabaritul cilindrului de încercare a trebuit să se adopte epruvete cilindrice cu $H = 2{,}5\,D$, pentru epruvetele cu $D = 3{,}8$ cm rezultînd $H = 9{,}5$ cm. Aceste dimensiuni ale epruvetelor permit încercarea la compresiune triaxială a betoanelor asfaltice de tipul mortarului asfaltic și a betonului asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură, adică a tipurilor de mixtură asfaltică cu granule de maximum 10 mm, păstrîndu-se raportul egal cu 4 între dimensiunea minimă a epruvetei și dimensiunea maximă a agregatului mineral.

Față de aceste dimensiuni, viteza de încercare ia valori cuprinse între 25/95 = 0,263 mm/min și 1/95 = 0,0105 mm/min pe mm de înălțime a epruvetei.

Probele au fost încercate în intervalul de timp de 24 ... 48 ore de la confecționare. Compactarea probelor a fost realizată aplicînd o presiune $p = 300$ daN/cm$^2$ timp de 3 min. Înainte de încercare epruvetele s-au păstrat timp de 2 ore în apă, la temperatură constantă, egală cu cea la care urma să se efectueze determinarea. În timpul încercării în aparatul triaxial, epruvetele se aflau într-un manșon de cauciuc etanș pe platanele de contact cu epruveta pentru a se reduce cantitatea de apă care, sub influența presiunii din camera de încercare, ar putea satura epruveta.

Încercările efectuate au arătat că trebuie acordată o atenție deosebită confecționării epruvetelor, centrării lor în aparat și urmăririi temperaturii și presiunii, deoarece abateri mici de la acestea duc la o mare împrăștiere a rezultatelor.

### 3. Rezultate ale încercărilor efectuate

În laborator s-au confecționat două mixturi asfaltice : un mortar asfaltic și un beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură folosind cribluri provenind din cariera Malnaș — Brașov, nisip natural de Siret (balastiera Liteni), filer de calcar Basarabi și bitum tip D de la rafinăria Teleajen ($P_{25°C} = 112$ 1/10 mm, ductilitate la 25°C, peste 100 cm, punct de înmuiere I.B., 42°C și punct de rupere Frass, —21°C).

Din aceste mixturi asfaltice s-au confecționat epruvete cilindrice cu diametrul de 3,8 cm care au fost încercate la compresiune triaxială,

variindu-se următorii parametri: temperatura de încercare, procentul de bitum din mixtură și viteza de încercare.

Unele rezultate ale acestor încercări sînt reprezentate grafic în fig. 3 și 4.

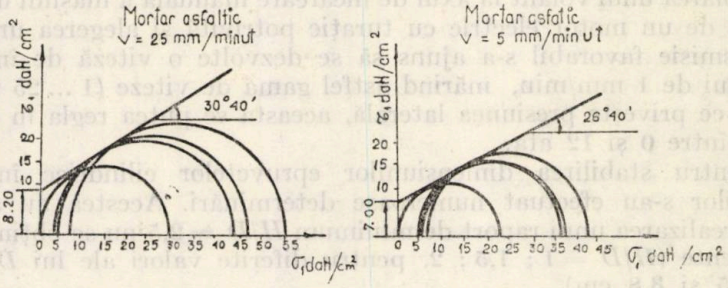



Fig. 3. — Determinarea parametrilor $\varphi$ și $c$ ($T = 20°C$).

După cum se știe [1], [2] valorile $\varphi$ și $c$ se pot determina și prin metoda braziliană (M e s n a g e r). Pentru comparare, un număr de epruvete de mortar asfaltic și de beton asfaltic au fost încercate după metoda braziliană la temperatura de 20°C, iar rezultatele se dau parțial în tabelul 1, pentru raportul $H/D = 1$ și respectiv 2,5.

Din compararea rezultatelor se observă că se obțin valori diferite prin cele două metode pentru parametrii $\varphi$ și $c$. Desigur că valorile corecte sînt cele obținute prin compresiune triaxială deoarece fenomenul mecanic este sesizat mai bine prin formulele de calcul. În cazul folosirii metodei braziliene la calcularea rezistenței la întindere se neglijează compresiunile locale ce depind de tipul mixturii din care este alcătuită epruveta, de temperatură etc. Prin urmare trebuie să se adopte, ca valori

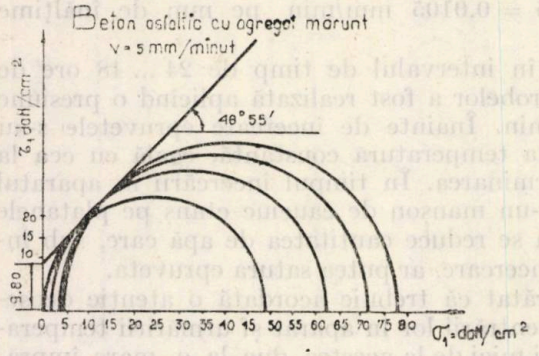



Fig. 4.—Determinarea parametrilor $\varphi$ și $c$ ($T = 20°C$)

Tabe

*Valorile parametrilor* $\varphi$

| Nr. crt. | Tipul de mixtură | Viteza mm/min. | $H/D = 1$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $R_c$ daN/cm² | $R_{int.}$ daN/cm² | $\varphi°$ |
| 1 | Mortar asfatic | 5 | 45,50 | 5,50 | 51°20′ |
| 2 | Mortar asfaltic | 25 | 65,60 | 8,78 | 49°20′ |
| 3 | Beton asfaltic cu agregat mărunt | 5 | — | — | — |

pentru $\varphi$ și $c$, acelea care rezultă din încercarea de compresiune triaxială, iar în cazul în care se folosește metoda braziliană urmează să se stabilească condițiile care să ducă la aceste valori, ceea ce revine la alegerea unui raport corespunzător între înălțimea și diametrul epruvetei precum și la determinarea valorii lui $\alpha$ din relația de calcul a rezistenței la întindere, $r = \alpha P/HD$.

Determinările la aparatul de compresiune triaxială arată, de asemenea, că în cazul unei viteze de deformație mai mari ($v = 25$ mm/min.), se obțin valori mai mari atît pentru $\varphi$ cît și pentru $c$. Rezultă că numai extrapolarea către viteze foarte mici, tinzînd spre zero, poate să furnizeze cele mai mici valori ale lui $\varphi$ și mai ales ale lui $c$, de care trebuie să se țină seama în comportarea pavajelor asfaltice, în special pentru cazurile cînd staționările de vehicule sînt preponderente.

Parametrii $\varphi$ și $c$ variază în funcție de dozajul de bitum, temperatură și viteză de încercare.

Rezultatele obținute, reprezentate parțial în fig. 5 (pentru beton asfaltic, $v = 5$ mm/min, $T = 20$°C), arată că variindu-se procentul de bitum, pînă la 9%, valorile parametrilor $\varphi$ și $c$ cresc, după care, crescînd procentul de liant, ambii parametri se reduc simțitor. În același timp se constată că procentul de liant pentru care se obține rezistența la compresiune maximă coincide cu cel pentru care parametrii $\varphi$ și $c$ au valori maxime.

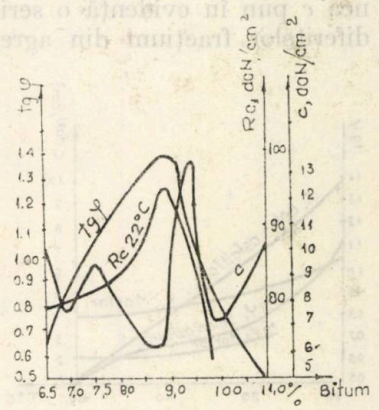



Fig. 5. — Variația parametrilor $\varphi$, $c$ și $R_c$ în funcție de procentul de bitum pentru beton asfaltic.

Influența temperaturii, în intervalul 20° ... 50°C, asupra parametrilor $\varphi$ și $c$, este reprezentată în fig. 6. Rezultatele obținute arată că pe măsură ce temperatura crește valorile parametrilor $\varphi$ și $c$ scad, iar valorile determinate pentru betonul asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură sînt superioare celor corespunzătoare mortarului asfaltic. În același timp valoarea unghiului de frecare internă $\varphi$, la temperatura de 50°C, este mai mare pentru mortarul asfaltic decît la betonul asfaltic, putîndu-se trage concluzia că, în cazul unei dozări corecte, se poate realiza un mortar asfaltic mai stabil decît un beton asfaltic cu o compoziție mai puțin studiată.

**lul 1**
*și c determinate prin metoda braziliană*

| | | $H/D = 2{,}5$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| tg $\varphi$ | $c$ daN/cm² | $R_c$ daN/cm² | $R_{int.}$ daN/cm² | $\varphi$° | tg $\varphi$ | $c$ daN/cm² |
| 1,25 | 8,00 | 26,80 | 4,98 | 45°20′ | 0,94 | 11.00 |
| 1,16 | 11,80 | 35,66 | 9,66 | 35°0′ | 0,70 | 9.50 |
| — | — | 53,00 | 13,75 | 34°05′ | 0,68 | 13.00 |

## 4. Concluzii

Din analiza rezultatelor obținute în urma încercărilor efectuate cu ajutorul aparatului de compresiune triaxială se pot trage unele concluzii privind metodologia de laborator utilizată și anume :

1. Pentru ca încercările mecanice care se efectuează în laborator să țină seama de anumite condiții din timpul exploatării este necesar ca viteza de producere a solicitărilor să fie suficient de mică în raport cu dimensiunile epruvetelor, sau să se folosească mai multe viteze, pentru a se putea trage concluzii asupra comportării epruvetei la solicitarea care s-ar produce cu o viteză relativ redusă.

2. Parametrii $\varphi$ și $c$ caracterizează într-un mod mai complex mortarele și betoanele asfaltice la solicitări în comparație cu încercările mecanice directe, deoarece permit exprimarea unei stări de eforturi mai apropiate de aceea produsă în pavaj prin circulație. Unghiul de frecare internă $\varphi$ și coeziunea $c$ pun în evidență o serie de însușiri ale mixturii asfaltice : proporția diferitelor fracțiuni din agregatul mineral, asperitatea fețelor granulelor, prezența muchiilor și colțurilor ascuțite, poziția granulelor în scheletul mineral al mixturii și gradul de apropiere, grosimea peliculei de liant care învelește granulele și rezistența acesteia la curgere.

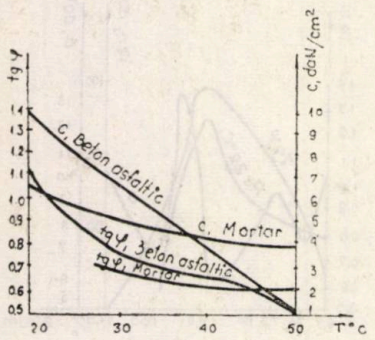



Fig. 6. — Variația parametrilor $\varphi$ și $c$ în funcție de $T$.

3. Pentru determinarea parametrilor $\varphi$ și $c$, prin încercarea la compresiune triaxială, se pot utiliza epruvete cilindrice la care raportul între înălțime și diametru se recomandă să fie egal cu 2,5.

Se menționează faptul că încercarea la compresiune triaxială este foarte sensibilă în privința detaliilor de confecționare a epruvetelor și condițiilor în care se desfășoară, ceea ce justifică elaborarea unor instrucțiuni specifice.

*Primită la 9 iulie 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de fundații și căi de comunicații*

## BIBLIOGRAFIE

1. Ganjula D., Saliniuc Z., Plăcintă C., *Asupra regimului de exploatare a pavajelor asfaltice și metodologiei încercărilor de laborator.* Comun. ses. șt. Inst. polit., Iași, febr. 1965.
2. Huet J., *Résistance mécanique en compression diamétrale des anrobés hydrocarbonés fermés pour couches de revêtements.* Centre de recherches routières, Bruxelles, 1966.

## ИСПЫТАНИЕ АСФАЛЬТОВЫХ СМЕСЕЙ В ТРИАКСИАЛЬНОМ СЖИМАНИИ

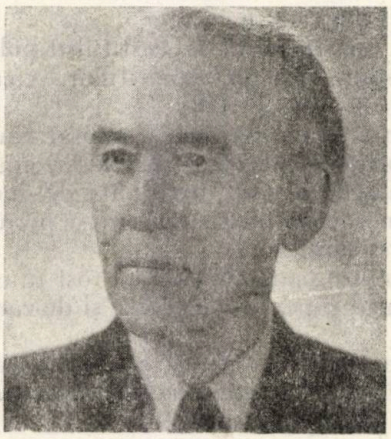
(Резюме)

Представляется выборы испытания асфальтовых смесей в аппарате триаксиального сжимания для того чтобы определить параметров устойчивости : угол внутреннего трения $\varphi$ и сцепления $c$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

# DIMITRIE ATANASIU

(1906—1977)



La 11 august 1977 a încetat din viață profesorul universitar emerit ing. Dimitrie Atanasiu, cadru didactic de mare prestigiu, creator de școală de cercetare științifică în domeniul rutier, deschizător de drumuri în știința și tehnica rutieră din țara noastră.

S-a născut la 16 septembrie 1906 în orașul Huși, județul Vaslui.

Diplomat, după studii strălucite, al Școlii politehnice din București, în anul 1929, a absolvit cursuri de specializare la Școala națională de poduri și șosele din Paris (1931—1932), ca elev al profesorului Le Gavrian, unul dintre promotorii tehnicii rutiere moderne. A fost, la rîndul său, unul dintre pionierii acțiunii de modernizare a rețelei rutiere din țara noastră. Inițiator al cercetării științifice ieșene, fundamentală și aplicativă, în domeniul rutier, a proiectat și colaborat la realizarea primei șosele laborator din țara noastră (1936).

Specialist recunoscut în țară și peste hotarele ei, a participat ca delegat oficial al țării noastre la numeroase congrese mondiale rutiere și conferințe internaționale, ca de exemplu München (1934), Budapesta (1935), Praga (1971), Harkov (1967) etc.

Profesorul Dimitrie Atanasiu a îmbinat permanent activitatea la catedră cu cerințele producției, cu proiectarea și cercetarea științifică. A funcționat ca inginer șef în direcția generală a drumurilor între anii 1929 și 1942, iar ulterior ca director tehnic la Societățile Unirea și Via, între anii 1944—1948.

Ca proiectant de înaltă competență, în domeniul lucrărilor de artă și al modernizării drumurilor, a realizat proiecte de mare complexitate, contribuind sistematic la introducerea unor soluții noi, la nivelul tehnicii pe plan mondial. Aportul deosebit la realizarea primelor drumuri modernizate din țara noastră a fost întregit prin contribuția, de neprețuit, la refacerea rețelei rutiere din Moldova, după anul 1944, fiind prezent în funcții de conducere ale unităților de execuție a drumurilor pînă în anul 1953.

A proiectat și realizat prima stație experimentală rutieră din țară (1958), cu parametri unici pe plan mondial la data dării în funcțiune.

În învățămîntul superior, Dimitrie Atanasiu a funcționat la început la Institutul politehnic din București (1933 — 1936), ca asistent la catedra de poduri, condusă de alt mare nume în istoria științelor tehnice românești, prof. Ion Ionescu.

Din anul 1942 a fost încadrat la Institutul politehnic „Gh. Asachi", unde, din 1943, a funcționat ca profesor titular. A condus catedra de drumuri și poduri între anii 1948 și 1972.

Profesorul Dimitrie Atanasiu a onorat timp de trei decenii disciplina pe care a predat-o, *Drumuri și autostrăzi*, adăugînd la talentul său didactic unanim recunoscut o vastă activitate de documentare completată cu realizările proprii în specialitate, ceea ce i-a permis să promoveze disciplina la un înalt nivel științific.

A publicat numeroase manuale care au fost în egală măsură apreciate și folosite în învățămîntul superior românesc și de zecile de generații de absolvenți.

Activitatea de cercetare științifică s-a concretizat într-un număr de peste 60 lucrări științifice, acordîndu-i-se între altele și două premii ale Ministerului Educației și Învățămîntului.

Preocuparea constantă pentru introducerea și generalizarea în tehnica rutieră din țara noastră a unor soluții noi, de mare eficiență, s-a manifestat și în activitatea de conducere a numeroase teze de doctorat în domenii prioritare ale cercetării științifice rutiere, ca de exemplu : dimensionarea sistemelor rutiere, stabilizarea chimică, folosirea de înlocuitori de materiale rutiere clasice, cercetări în domeniul traficului rutier etc.

Ca o recunoaștere a meritelor sale remarcabile în învățămîntul superior românesc i s-a acordat titlul de profesor universitar emerit (1969), a fost ales membru al Consiliului învățămîntului superior și a fost distins cu ordine și medalii ale R. S. România.

Profesorul Dimitrie Atanasiu a desfășurat o vastă activitate obștească. Între 1956 — 1962 a fost prodecan al Facultății de construcții Iași, iar între 1962 — 1972 decan al aceleași facultăți, funcții în care a contribuit cu pasiune și dăruire totală la creșterea bazei materiale a învățămîntului, la îmbinarea sa cu cercetarea și producția.

A fost membru al Partidului Comunist Român.

La dispariția din viață a prof. emerit ing. Dimitrie Atanasiu, generațiile de absolvenți ai Facultății de construcții din Iași păstrează vie imaginea omului de știință și a dascălului desăvîrșit iar științele tehnice românești îi recunosc contribuția sa excepțională la promovarea tehnicii rutiere în țara noastră.

*V. Focșa*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 1—2, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

# RECENZII

## BOOK REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

STEADMAN P., *Energy, Environment and Building*. Cambridge University Press, London, New-York, Melbourne, 1975, 287 pp.

Le livre est d'une extrême actualité. Devenue consciente de la limite des ressources de combustibles et du danger de la pollution du milieu environnant, l'humanité s'efforce d'économiser l'énergie qu'elle s'était habituée de gaspiller trop légèrement. Or, les statistiques démontrent que dans les pays industrialisés, à climat tempéré, on utilise à peu près 40 ... 45% de la production totale d'énergie pour couvrir les besoins de chauffage, ventillation, conditionnement et éclairage. Pour le futur ce bilan devrait être modifié en faveur de l'industrie et des transports. Les solutions sont attendues d'urgence car, de tout ce qu'on produit, les constructions ont de loin la plus longue durée d'exploitation. On peut se débarasser d'une auto qui consomme trop, mais pas d'une maison. Maintenant il est absolument nécessaire de repenser les constructions pour qu'elles soient non pas seulement fonctionnelles, sures et économiques mais en même temps rationnelles au point de vue des consommation et nuisances. Ceux qui sont confrontés avec ce problème peuvent trouver dans le livre de Philip S t e a d m a n une source précieuse d'information. C'est en fait le rapport rédigé pour l'Académie des Sciences Naturelles de Philadelphie qui réalise un tour d'horizon des problèmes reliées à ce domaine de préoccupation. Des 287 pages de cet ouvrage scientifique, 59 sont consacrées aux moyens de réduction de la consommation d'énergie, 111 pages se rapportent à l'utilisation de l'énergie solaire dans le bâtiment, tandis que le reste concerne la force fournie par le vent et les petites rivières, l'utilisation des déchets ainsi que la production du gaz méthane. Les 20 dernières pages présentent plusieurs projets d'édifices autonomes prévus avec les installations nécessaires pour la récupération d'énergie et d'eau.

C'est un livre solidement attaché aux problèmes pratiques et à la réalité mais qui regarde bein loin dans le futur des années à venir. On y trouve un grand nombre d'exemples qui peuvent servir pour la réalisation immédiate de projets mais aussi pour concevoir de nouveaux programmes de recherche. Des données très intéressantes se rapportent à l'énergie inclue dans les matériaux ainsi qu'à la répartition de la consommation d'énergie pendant l'exploitation des bâtiments.

L'ouvrage est présenté sous une forme agréable et suggestive, avec un nombre de refférences bibliographiques. Le livre est accessible à tous les spécialistes dans le domaine des bâtiments et aux étudiants aussi bien pour leur permettre de prendre contact avec un problème dont dépend beaucoup le développement des constructions, que pour leur offrir les donées dont ils ont besoin dans leur travail cotidien. Le fait qu'il est dépourvu de calculs laborieux le rend d'autant plus captivant.

*A. Radu*

* * * *Solar Heating and Cooling of Buildings*. Vol. 3 a. 4, Pergamon Press, New York —Oxford — Toronto — Sydney, 1977, 405 a. 424 pp.

De très grandes quantités d'énergie sont dépensées partout dans le monde pour satisfaire aux besoins de confort dans les bâtiments. C'est pourquoi l'alternative de l'énergie solaire captée directement par des éléments faisant partie des immeubles en question présente un interêt économique et social évident. Après quelques dizaines d'années de recherches, les moyens de chauffage et de conditionnement solaire, combinés avec de nouveaux systèmes constructifs, deviennent de plus en plus attrayants surtout si l'on tient compte de l'augmentation future des prix des combustibles et de la protection du milieu environnant.

Dans les volumes 3 et 4 de la collection *Sharing the Sun*, les spécialistes du bâtiment trouvent soixante-six communications présentées récemment à la conférence internationale de Winnipeg.

Le volume 3 est consacré aux moyens de chauffage et de refroidissement des bâtiments par l'énergie solaire. Il résulte que grâce à l'utilisation de capteurs standardisées produits en série, dont certains assez simples, le chauffage solaire devient économiquement, comparable à celui électrique. L'eau et l'air se sont imposés comme agents de transport pour l'énergie thermique qui parfois est stockée à proximité du bâtiment. En ce qui concerne le refroidissement il est évident que plusieurs systèmes sont susceptibles d'être généralisés sans que l'on puisse encore choisir le meilleur. On remarque la diversité des édifices qui ont fait, jusqu'ici, l'objet du chauffage solaire : bureaux, maisons d'étudiants, résidences, laboratoires et surtout des logements.

Le volume 4 est consacré à l'analyse détaillée des problèmes de chauffage et de conditionnement des bâtiments par l'énergie solaire et sur tout à leur simulation par calcul numérique. Beaucoup de ces méthodes, susceptibles d'être utilisées dans les bureaux d'étude des constructions, font l' objet des comparaisons avec les résultats d'observations directes des bâtiments disposant de telles installations solaires.

L'architecture solaire sera-t-elle l'architecture du proche avenir ? C'est un problème auquel les spécialistes du bâtiment doivent penser sérieusement.

*R. Sardino*

REIMBERT M. & A., *Retaining Walls.* Volume II, *Study of Passive Resistence in Foundation Structures.* Trans. Tech. S. A., Aedersmannsdorf, Switzerland, 1976, 212 pp.

Once more, the Trans. Tech. Publications, comes to help all scientific workers in the field of soil mechanics, with the book *Retaining Walls*, volume II, *Study of Passive Resistence in Foundation Structures*, by M. and A. Reimbert.

The experiments carried out by the authors confirm Terzaghi's conclusion that the passive resistence is a function of the displacement of the wall, pushing back the retained soil upon itself.

In practice, many cases we meet require the knowledge of the passive resistence „not for its minimum value" but for a value at a given displacement which we can solve only by means of this study.

The book can be recommended to students and civil engineers, dealing with soil mechanics problems.

*T. Silion*

1979 JAN 5

40822

F 1503/5

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 3–4

SECŢIA V

CONSTRUCŢII
ARHITECTURĂ

1978

1979 OKT 22

# BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIV (XXVIII)

Fasc. 3–4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1978

## COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER,
prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE,
prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

## COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

### V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. H. ZAROJANU
Prof. dr. ing. A. RADU
Conf. arh. N. PORUMBESCU

## REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Lector dr. ing. VICTOR-FLORIN POTERAȘU (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4 1978

Secţia V

# CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

## SUMAR

Pag.

V. F. POTERAŞU şi D. POPESCU, Vibraţiile nestaţionare ale plăcilor plane elastice (franc., rez. rom.) . . . . . 9

I. N. CONSTANTINESCU şi GR. TĂTARU, Studiul fibrei medii deformate a unei grinzi rezemate, supusă la un număr finit de forţe şi momente concentrate (engl., rez. rom.) . . . . . 13

N.D. HUNG (Belgia) şi D. FRANGOPOL, Dualitate şi monotonie în cazul a două tipuri de elemente finite utilizate în analiza plastică a structurilor (engl., rez. rom.) . . . . . 21

A. VULPE şi FL. MACAVEI, Condiţionarea matricei de flexibilitate a structurilor (engl., rez. rom.) . . . . . 23

V. BREABĂN, H. BĂRBAT şi C.D. IONESCU, Influenţa modurilor superioare de vibraţie asupra răspunsului seismic al barajelor de anrocamente (engl., rez. rom.) . . . . . 27

ŞT. JERCA, M. BUDESCU, N. ŢĂRANU şi E. ASANDULUI, Procedeu analitic pentru determinarea relaţiei moment—curbură în grinzi din beton armat cu secţiune dreptunghiulară (engl., rez. rom.) . . . . . 33

AL. NEGOIŢĂ, AL. CIORNEI, V. AUR ŞI M. BUDESCU, Comportarea materialelor şi a construcţiilor din zidărie portantă la acţiuni seismice în municipiul Iaşi (rom., rez. franc.) . . . . . 41

D. PRECUPANU, I. DUMITRESCU şi R. MÜHLBÄCHER, Soluţii privind ridicarea capacităţii portante a unei hale de turnătorie (rom., rez. franc.) . 49

CH. CAPATU, R. MÜHLBÄCHER, N. BENCHEA, FL. VARLAM, C. JANTEA, G. AXINTE şi T. BROŞTEANU, Studii experimentale pe modele mari de tabliere de poduri mixte cu plăci din beton uşor (germ., rez. rom.) . . 53

A. G. WILSON (Anglia), Premize matematice pentru modelarea urbană (engl., rez. rom.) . . . . . 61

V. ZAVATI şi V. MURGESCU, Contribuţii la calculul stabilităţii barajelor de pământ ţinînd seama de consolidarea terenului de fundaţie (II) (rom., rez. franc.) . . . . . 69

Pag.

L. GROLL, S. COROBCEANU și N. FLOREA, Betoane ușoare cu argilă expandată pentru betonul precomprimat (franc., rez. rom.) . . . . . 73

V. GRECU, N. BOȚI și T. SILION, Caracteristici fizice și mecanice ale argilei de Iași (engl., rez. rom.) . . . . . 79

N. ȚĂRANU, M. BUDESCU și L. GROLL, Asupra comportării la încovoiere a unor panouri sandviș din tablă cutată și spumă poliuretanică rigidă (engl., rez. rom.) . . . . . 89

H. ZAROJANU, I. GHIȚĂ și Z. SALINIUC, Îmbrăcăminte rutieră nerigidă din mixtură bituminoasă cu granulit (rom., rez. rusă) . . . . . 95

B. WEINSTEIN, D. POPOVICI, I. HÎRHUI și GH. GUGIUMAN, Marcaje orizontale la drumuri (III), (rom., rez. franc.) . . . . . 99

B. COSOSCHI, Zgurile siderurgice — materiale pentru construcția straturilor rutiere (I), (rom., rez. rusă) . . . . . 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Tome XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4 1978

Section V

# CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

## CONTENTS

Pp.

V. F. POTERAŞU et D. POPESCU, Les vibrations nonstationnaires des plaques planes élastiques (French, Romanian summary) . . . . . 9

I. N. CONSTANTINESCU and GR. TĂTARU, On the Deformed Medium Fibre of a Supported Beam, Subjected to a Finite Number of Forces and Concentrated Moments (English, Romanian summary) . . . . . 13

N. D. HUNG (Belgium) and D. FRANGOPOL, Duality and Monotony of the Two-Fields Finite Elements in Elastic Stress Analysis (English, Romanian summary) . . . . . 21

A. VULPE and FL. MACAVEI, Conditioning of Structural Flexibility Matrix (English, Romanian summary) . . . . . 23

V. BREABĂN, H. BĂRBAT and C. D. IONESCU, The Influence of Higher Natural Modes on the Seismic Response of Rokfill Dams (English, Romanian summary) . . . . . 27

ŞT. JERCA, M. BUDESCU, N. ŢĂRANU and E. ASANDULUI, An Analytical Procedure for Setting up the Moment — Curvature Diagram for Reinforced Concrete Rectangular Beams (English, Romanian summary) . . . . . 33

AL. NEGOIŢĂ, AL. CIORNEI, V. AUR et M. BUDESCU, La comportement des matériaux et des constructions de maçonnerie portante aux actions séismiques dans le municipe de Jassy (Romanian, French summary) . . 41

D. PRECUPANU, I. DUMITRESCU et R. MÜHLBÄCHER, Solutions concernant l'augmentation de la capacité portante d'une halle industrielle (Romanian, French summary) . . . . . 49

CH. CAPATU, R. MÜHLBÄCHER, N. BENCHEA, FL. VARLAM, C. JANTEA, G. AXINTE and T. BROŞTEANU, Experimentelle Studien von Verbundbrückengroßmodellen mit Leichtbetonplatten (German, Romanian summary) . . . . . 53

A. G. WILSON (Great Britain), Mathematical Prerequisites for Urban Modelling (English, Romanian summary) . . . . . 61

V. ZAVATI et V. MURGESCU, Contribution au calcul de la stabilité des barrages en terre ayant en vue la consolidation du terrain de fondation (II) (Romanian, French summary) . . . . . 69

Pp.

L. GROLL, S. COROBCEANU et N. FLOREA, Bétons légers à argile expansée pour le béton contraint (French, Romanian summary) . . . . . 73

V. GRECU, N. BOȚI and T. SILION, Physical and Mechanical Characteristics of the Clay of Jassy (English, Romanian summary) . . . . . 79

N. ȚĂRANU, M. BUDESCU and L. GROLL, On Flexural Behaviour of Sandwich Panels with Foam-in-Place Polyurethane Core and Light-Gage Cold-Fomed Steel Plates (English, Romanian summary) . . . . . 89

H. ZAROJANU, I. GHIȚĂ et Z. SALINIUC, Revêtement bitumineux souple à agrégats minéraux légers (Romanian, Russian summary) . . . . . 95

B. WEINSTEIN, D. POPOVICI, I. HÎRHUI et GH. GUGIUMAN, Marquages horizontaux pour les routes (III) (Romanian, French summary) . . . . 99

B. COSOSCHI, Les laitiers sidérurgiques—matériaux pour constructions des couches routières (Romanian, Russian summary) . . . . . 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Том XXIV (XXVIII), Вып. 3—4 1978 г.

Секция V

# СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

## СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

В. Ф. ПОТЕРАШУ и Д. ПОПЕСКУ, Нестационарные колебания плоских упругих пластин (англ., рез. рум). . . . . 9

И. Н. КОНСТАНТИНЕСКУ и Г. ТЭТАРУ, К исследованию срединной деформированной фибры упертой балки водверженной конечному числу концентрированных сил и моментов сил (англ., рез. рум.) 13

Н. Д. ХУНГ (Белгия) и Д. ФРАНГОПОЛ, Двоиственность и монотонность двух типов конечных элементов, применяемых при упругом анализе структур (англ., рез. рум.) . . . . . 21

А. ВУЛПЕ и Ф. МАКАВЕЙ, Обусловение структуральной матрицы (анлг., рез. рум.) . . . . . 23

В. БРЕАБЭН, Х. БЭРБАТ и К. Д. ИОНЕСКУ, Влияние высших натуральных модулей на сеисмический ответ рудничных плотин (англ., рез. рум.) . . . . . 27

ШТ. ЖЕРКА, М. БУДЕСКУ, Н. ЦЭРАНУ и Е. АСАНДУЛУЙ, Аналитический способ для определения диаграммы момент — кривизна на железобетонных балках с прямоугольном сечением (англ., рез. рум.) . . . . . 33

А. НЕГОИЦЭ, А. ЧОРНЕЙ, В. АУР и М. БУДЕСКУ, Поведение материалов и зданий из каменнонесущих стен на сейсмических нагрузках в муниципии Яссов (рум., рез. франц.) . . . . . 41

Д. ПРЕКУПАНУ, И. ДУМИТРЕСКУ и А. МЮЛБЕХЕР, Некоторые методы укрепления доменного цеха (рум., рез. франц.) . . . . . 49

К. КАПАТУ, Р. МЮЛБЕХЕР, Н. БЕНКЯ, Ф. ВАРЛАМ, К. ЖАНТЯ, Г. АКСИНТЕ и Т. БРОШТЯНУ, Экспериментальные исследования больших мостовых конектирующих моделей из легкобетонных пластинок (нем., рез. рум.). . . . . 53

А. Г. УЙЛСОН (Великобритания), Математический аппарат в моделлировании урбанизма (англ., рез. рум.). . . . . 61

Стр.

В. ЗАВАТИ и В. МУРДЖЕСКУ, Вклады по вычислению устойчивости земляных плотин в связи с упрочнением грунта основания (II) (рум., рез. франц.) . . . . . 69

Л. ГРОЛЛ, С. КОРОБЧЯНУ и Н. ФЛОРЯ, Керамзитобетон для предварительно - напряженные элементы (франц., рез. рум.) . . . . . 73

В. ГРЕКУ, Н. БОЦИ и Т. СИЛИОН, Физическое-механическое свойства Яссыского глина (англ., рез. рум.) . . . . . 79

Н. ЦЭРАНУ, М. БУДЕСКУ и Л. ГРОЛЛ, К поведению на изгибании щитов из галванизированного кровельного железа и твердой полиуретановой пены (англ., рез. рум.) . . . . . 89

Х. ЗАРОЖАНУ, И. ГИЦЭ и З. САЛИНЮК, Дорожное нежесткое покрытие из битумной смеси с легким минеральным заполнителем (рум., рез. русск.) . . . . . 95

Б. ВЕИНШТЕЙН, Д. ПОПОВИЧ, И. ХЫРХУЙ и Г. ГУДЖЮМАН, Дорожные горизонтальные разметки (III) (рум., рез. франц.) . . 99

Б. КОСОСКИЙ, Шлаки черной металлургии—материалы для построения дорожных слоев (рум., рез. русск.) . . . . . 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.D. 539.3 ; 624.07

# LES VIBRATIONS NONSTATIONNAIRES DES PLAQUES PLANES ÉLASTIQUES

PAR

VICTOR-FLORIN POTERAȘU et D. POPESCU

## 1. Introduction

On détermine, sous forme analytique, les vibrations nonstationnaires d'une plaque plane élastique en partant de la loi de Hamilton:

$$\int_{t_0}^{t_1} (T + V)\,\mathrm{d}t - \sum \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) \delta q_i \Bigg|_{t_0}^{t_1} = 0, \tag{1}$$

mise sous la forme

$$\int_{t_0}^{t_1} \left( \left\{ \sum \left[ -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right] \right\} \delta q_i + \delta V \right) \mathrm{d}t = 0 \tag{2}$$

et employant la méthode des élements finis.

Dans les rélations (1) et (2) $q_i$ sont les coordonnées généralisées, $\dot{q}_i$ — les vitesses généralisées, $T$ — l'énergie cinétique, $V$ — l'énergie potentielle, $\delta q_i$ — les déplacements virtuels.

Dans la littérature de spécialité concernant la méthode des élements finis [1], [2], on étudie uniquement les vibrations stationnaires. La loi de Hamilton, mise sous la forme génerale (1), peut-être appliquée, comme a déjà montré C.D. Bailey [3], [4], dans le cas des solides rigides, pour la détermination des lois analytiques des vibrations stationnaires et nonstationnaires des systèmes conservatifs et non-conservatifs.

## 2. Étude générale

On considère une plaque plane élastique (fig. 1), soumise à des forces concentrées, réparties, massiques. ainsi qu'à des couples concentrés, ayant

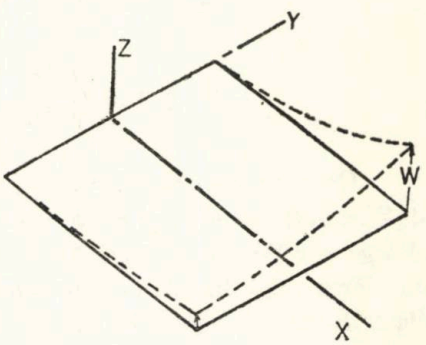



Fig. 1

des conditions d'appuis arbitrairement choisies. La plaque travaille en flexion.

L'énergie cinétique pendant les vibrations de flexion est donneé par

$$T = \iint\limits_{(S)} \frac{m}{2} \dot{w}^2 \, dx \, dy. \tag{3}$$

L'énergie potentielle de déformation de la plaque est

$$V = -\iint\limits_{(S)} \frac{D}{2}\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \right.$$

$$\left. + 2(1-\nu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \, \partial y}\right)^2\right] dx \, dy + \iint\limits_{(S)} (F_{Bz} + F_{Sz}) w \, dx \, dy + \tag{4}$$

$$+ \sum F_k w_k + \sum C_{xl} \left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_l + \sum C_{ym} \left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_m,$$

où : $F_{Bz}$ et $F_{Sz}$ sont les forces massiques, respectivement réparties sur l'unité de surface, $F_k$, $C_{xl}$ et $C_{ym}$ sont les forces concentrées, respectivement les couples concentrées.

En remplaçant les rélations (3) et (4) dans la loi de Hamilton (2), on obtient :

$$\int_{t_0}^{t_1} \left( \iint\limits_{(S)} \left\{ m\dot{w}\delta\dot{w} - D\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + \right.\right.\right.$$

$$+ \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + 2(1-\nu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\delta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)\Big] +$$

$$\left.\left.\left. + (F_{Bz} + F_{Sz})\delta w \right\} dx \, dy + \sum F_k \delta w_k + \sum C_{xl}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_l + \right.\right. \tag{5}$$

$$\left. + \sum C_{ym}\delta\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_m \right) dt - \iint\limits_{(S)} m\dot{w} \, dx dy \Big|_{t_0}^{t_1} = 0.$$

On suppose que $C_{xl}$ et $C_{ym}$ sont nulles et $F_{Bz} + F_{Sz} = -\mu(x, y)\dot{w} + Z(x, y, t)$, où $\mu(x, y)$ est le coefficient d'amortissement et $Z(x, y, t)$ — la charge sur l'unité de surface. Soit $t = t_1\tau$ et $w' = \partial w/\partial\tau$. On remplace ces dernières relations dans l'équation (5) et on obtient la suivante équation élastodynamique pour la plaque élastique ayant des vibrations nonstationnaires :

$$\int_0^1 \left\{ \iint_{(S)} \left\{ \frac{m}{t_1^2} w' \delta w' - \frac{\mu}{t_1} w' \delta w - D \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \right. \right. \right.$$

$$(6) \qquad + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \delta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \delta \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \Big] +$$

$$\left. \left. + Z \delta w \right\} \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y + \sum F_k \delta w_k \right) \mathrm{d}\tau - \iint_{(S)} \frac{m}{t_1^2} w' \delta w \, \mathrm{d}x \mathrm{d}y \Big|_0^1 = 0.$$

On applique la méthode des élements finis à l'équation (6) et on choisit la suivante fonction admissible pour laquelle la convergence est prouvée :

$$(7) \qquad w(x, y, \tau) = w_0(x, y) + \dot{w}_0(x, y)\, t_1 \tau + \sum_{i=1} \sum_{j=2} A_{ij}\, \Phi_i(x, y) \tau^j,$$

ou : $w_0(x, y)$ représente le déplacement initial, $\dot{w}_0(x, y)$ — la vitesse initiale, les coefficients $A_{ij}$ sont des nombres déterminés d'une telle manière qu'ils satisfassent l'équation (6). La fonction (6) doit satisfaire les conditions de continuité du déplacement et de la pente sur le contour, les mêmes conditions doivent être satisfaites et par fonctions $\Phi_i$.

On remplace l'expression (7) dans l'équation (6) et on obtient un système d'équations algébriques, ayant la forme :

$$\sum_{i=1} \sum_{j=2} A_{ij} \left( \frac{js}{j+s-1} \iint_{(S)} \Phi_i^2 \, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y - \frac{t_1 j}{m(j+s)} \iint_{(S)} \mu \Phi_i \Phi_j \mathrm{d}x \mathrm{d}y - \right.$$

$$\left. - \frac{t_1^2}{j+s+1} \iint_{(S)} \Phi_j^2 \, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y \right) = \frac{t_1^2}{m} \int_0^1 \left( \iint_{(S)} Z \Phi_j \, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y + \sum F_k \Phi_{jk} \right) \tau^s \, \mathrm{d}\tau -$$

$$- \frac{t_1^2}{m(s+1)} \iint_{(S)} \left\{ \mu \dot{w}_0 \Phi_j + D \left[ \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \right. \right.$$

$$(8) \qquad \left. + \nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x \partial y} \right] \Big\} \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y -$$

$$- \frac{t_1^3}{m(s+2)} D \iint_{(S)} \left[ \frac{\partial^2 \dot{w}_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \right.$$

$$\left. + \nu \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x \partial y} \right] \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y +$$

$$+ \sum_{i=1} \sum_{j=2} A_{ij} j \iint_{(S)} \Phi_j^2 \, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y, \ (s = 2, 3, 4, \ldots).$$

Le système d'équations (8) contient les conditions initiales. Le dernier terme du système (8) résulte du fait que $\partial T/\partial\dot{q}\partial q_i\Big|_{t_0}^{t_1}$ n'est pas zéro conmme dans le cas des vibrations stationnaires.

Les variables $m$, $\mu$, $EI$ peuvent être fonctions du temps.

## 3. Application

On considère une plaque plane élastique ayant la configuration initiale de la forme $w = 0, \mu = 0$. La configuration initiale $w$ est celle statique qui résulte de l'application de la force $P$ dans le point (1,0). Le mouvement de la plaque est conservatif mais nonstationnaire quand la charge est actionnée brusquement. Les résultats des calculs sont donnés dans la fig. 2.

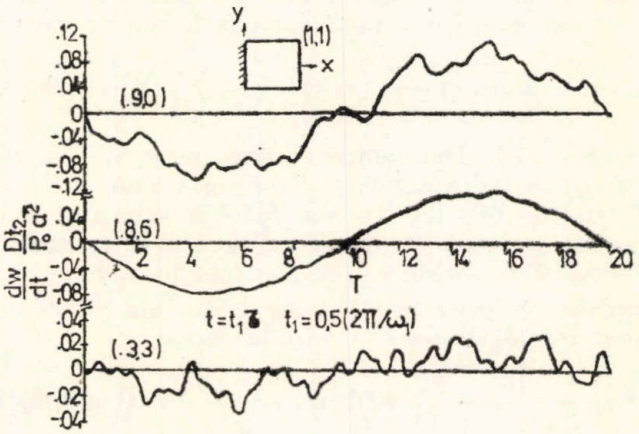



Fig. 2

*Reçue le 23 octobre 1978*

*Institut Polytechnique, Jassy,*
*Chaire de Mécanique*

## BIBLIOGRAPHIE

1. Huebner K. H., *The Finite Element Method for Engineers.* John Wiley a. Sons, N.Y., 1975.
2. Desai C. S., Abel J. F., *Introduction to the Finite Element Method.* Van Nostrand Reinhold Co., 1972.
3. Bailey C. D., *A New Look at Hamilton's Principle.* Found. of Phys., **5**, *3*, 433—451 (1975).
4. Bailey C. D., *Application of Hamilton's Law of Varying Action.* AIAA Journal, **13**, *9*, 54—57 (1975).
5. Poteraşu V. F., *Nouvelle méthode pour la détermination des vibrations nonstationnaires.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXIII (XXVII)**, *1—2*, s. V, 7—16 (1977).

## VIBRAȚIILE NESTAȚIONARE ALE PLĂCILOR PLANE ELASTICE

(Rezumat)

Se aplică legea lui Hamilton pentru determinarea expresiei analitice a variației vibrațiilor nestaționare ale unei plăci plane elastice. Metoda de calcul numeric este bazată pe tehnica elementelor finite.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 539.3 ; 624.07

# ON THE DEFORMED MEDIUM FIBRE OF A SUPPORTED BEAM, SUBJECTED TO A FINITE NUMBER OF FORCES AND CONCENTRATED MOMENTS

BY

ILIE N. CONSTANTINESCU and GR. TĂTARU

## 1. Introduction

The study of the deformations of bars solicited to bending is of interest both for solving certain problems imposing rigidity conditions — that is certain values of the deformations — and for solving statically indeterminate systems.

For this purpose we study the shape taken by the axis of a straight bar as a result of bending ; the latter will be called deformed medium fibre or elastic line of the bar.

For solving the problem, the following hypotheses will be considered :

1. The concentrated forces and the force couple giving the concentrated moments are in the same plane with the beam axis and acting normally on it.

2. The beam is subjected to the action of some external loads in static equilibrium.

3. The beam is considered a continuous medium (without gaps, fissures) therefore its deformation will take place continuously and the mathematic deformations will be continuous functions.

4. The beam is considered a deformable body, isotropic and homogeneous ; we make sure that its mechanical and physical properties are the same on any direction and in any of its points. As a consequence, the material coefficients which intervene in the quantitative law are constant (towards the spatial variables).

5. The bar is considered perfectly elastic.

6. The flow and relaxation phenomena are not taken into consideration (i.e. the bar is not regarded a rheologic body in which we take into account the deformation velocity).

7. The phenomenon of effect superposition takes place.

## 2. Theoretical

We consider a bar of length $l$, (Fig. 1), supported at the ends $AB$ without specifyng the kind of suspension. We suppose the bar $AB$ solicited

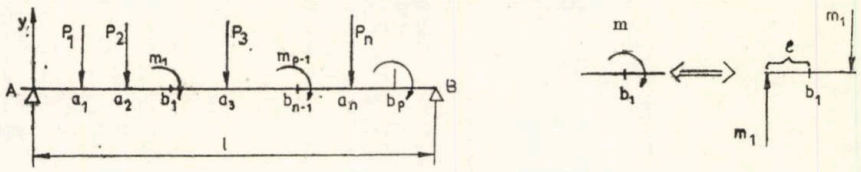



Fig. 1

to the following concentrated forces: $P_1$, $P_2$, ..., $P_n$ in the points on the beam of abscissa $a_1$, $a_2$,..., $a_n$ and by the concentrated moments of magnitude $m_1, m_2, ..., m_p$ in the points on the beam of abscissa $b_1$, $b_2$,..., $b_p$ anyhon interposed with $a_1$, $a_2$, ..., $a_n$. The magnitude of the equivalent loads, to these forces and concentrated moments in the distribution theory are expressed by:

$$P_1\delta(x-a_1),\ P_2\delta(x-a_2),\ ...,\ P_n\delta(x-a_n);$$

$$m_1\delta(x-b_1),\ m_2\delta(x-b_2),\ ...,\ m_p\delta(x-b_p).$$

The analytical method of determining the deformed axis for a straight bar, as we know, comes to the integration of the system of differential equations:

$$\text{(I)} \qquad \frac{dM}{dx} = T(x), \qquad \frac{dT}{dx} = -q(x), \qquad EI\frac{d^2y}{dx^2} = M(x).$$

The equations are used in the following way. The unknowns are $T$, $M$ and $y$. In the case of statically determined problems with the aid of diagrams, $T$ and $M$ were determined beforehand, and then knowing $M$ the 3rd equation was integrated and the equation of the deformed axis was obtained.

Conversly, the problem can be solved in the following manner:

Eliminating the unknowns $T$, $M$ from (I) we obtain the equation:

$$\text{(II)} \qquad EI\frac{d^4y}{dx^4} = -q(x).$$

The solution of Eq. (II) will give the equation of the deformed medium fibre of form $y(x) = f(x)$ starting directly from the load $q(x)$ acting on the beam.

Remark 1. If we know only that our bar is supported in $A$ and $B$ without specifyng the nature of suspensions, it is apparent that the equation $y = f(x)$ of the deformed medium fibre is four times undetermined, which means, mathematically, that it depends at the most on four arbitrary constants that have a precise significance in fact. Therefore we expect a solution of the form: $y = f(X_1, C_1, C_2, C_3, C_4)$ and we shall see what significance have the constants $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$.

In order to solve the equation (II) we should consider it in the distribution space as the available loads representation is given in distributions.

The advantage of this method lies in obtaining the solution on the entire axis and its constraint to the segment $[0, l]$, will be the classical solution soughts for.

We shall also try to express the equation (II) in distributions, while the emerging constants should be the beam suspension parameters at the end $A$ chosen as origin of the coordinate axes.

At first we lengten the functions $q(x)$ and $y(x)$ on $R$ thus:

$$\bar{q}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ q(x), & x \geqslant 0; \end{cases} \qquad \bar{y}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ y(x), & x \geqslant 0. \end{cases}$$

In this way, Eq. (II) becomes:

$$\text{(III)} \qquad EI \frac{\tilde{\mathrm{d}}^4 \bar{y}}{\mathrm{d}x^4} = -\bar{q}(x),$$

the sign $\sim$ showing that the derivatives are done in the usual sens on $R$.

We write down $EI\bar{y} = \bar{u}(x)$ and the equation becomes:

$$\frac{\tilde{\mathrm{d}}^4 \bar{u}}{\mathrm{d}x^4} = -\bar{q}(x).$$

Supposing we have the following initial conditions: a) $\bar{u}(0) = u_0 = V_A EI$, $V_A$ — the deflection in point $A$; b) $\bar{u}'(0) = u_0^1 = \varphi_A EI$, $\varphi_A$ — rotation in point $A$; c) $\bar{u}''(0) = u_0^2 = M_A$, $M_A$ — cutting moment in $A$; d) $\bar{u}'''(0) = u_0^3 = T_A$, $T_A$ — cutting force in $A$, then it results:

$$\begin{cases} \dfrac{\tilde{\mathrm{d}}\bar{u}}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}x} - V_A \delta(x) EI, \\ \dfrac{\tilde{\mathrm{d}}^2\bar{u}}{\mathrm{d}x^2} = \dfrac{\mathrm{d}^2\bar{u}}{\mathrm{d}x^2} - \varphi_A EI \delta(x) - V_A \delta'(x) EI, \\ \dfrac{\tilde{\mathrm{d}}^3\bar{u}}{\mathrm{d}x^3} = \dfrac{\mathrm{d}^3\bar{u}}{\mathrm{d}x^3} - M_A \delta(x) - \varphi_A EI \delta'(x) - V_A EI \delta''(x), \\ \dfrac{\tilde{\mathrm{d}}^4\bar{u}}{\mathrm{d}x^4} = \dfrac{\mathrm{d}^4\bar{u}}{\mathrm{d}x^4} - T_A \delta(x) - M_A \delta'(x) - \varphi_A EI \delta''(x) - V_A \delta'''(x) EI. \end{cases}$$

These relations represents the connection between the derivatives in usual sense and the derivatives in the sense of the theory of distributions.

Introducing in (III) we obtain the equation in distributions:

$$\text{(IV)} \qquad EI \frac{\mathrm{d}^4 \bar{y}}{\mathrm{d}x^4} = T_A \delta(x) + M_A \delta'(x) + \varphi_A EI \delta''(x) + EI V_A \delta'''(x) - \bar{q}(x).$$

Taking into account that in the considered case the load $\bar{q}(x)$ is of a certain form it results that (IV) becomes:

$$EI\frac{d^4\bar{y}}{dx^4} = T_A\delta(x) + M_A\delta'(x) + EI[\varphi_A\delta''(x) + V_A\delta'''(x)] -$$

(IV′)

$$- \sum_{i=1}^{n} P_i\delta(x-a_i) + \sum_{i=1}^{p} m_i\delta'(x-b_i).$$

The general solution of this equation is given by:

$$EI\bar{y}(x) = E(x) \ast [T_A\delta(x) + M_A\delta'(x) + EI\varphi_A\delta''(x) - EIV_A\delta'''(x) -$$

$$- \sum_{i=1}^{n} P_i\delta(x-a_i) + \sum_{i=1}^{p} m_i\delta'(x-b_i)],$$

where $E(x)$ is the fundamental solution of the equation:

(IV″)

$$\frac{d^4\bar{y}}{dx^4} = \delta(x)$$

i. e.

$$E(x) = \frac{1}{6}\theta(x)x^3.$$

To obtain the final solution of the equation of the deformed fibre we know that:

$$E(x) \ast \delta(x) = E(x),\ E(x) \ast \delta'(x) = E'(x),\quad E(x) \ast \delta''(x) = E''(x),$$

$$E(x) \ast \delta'''(x) = E'''(x);$$

$$E(x) \ast \delta(x-a_i) = E(x-a_i),\ E(x) \ast \delta'(x-b_i) = E(x-b_i);$$

$$EI\bar{y}(x) = T_AE(x) + M_AE'(x) + EI\varphi_AE''(x) + EIV_AE'''(x) -$$

$$- \sum_{i=1}^{n} P_iE(x-a_i) + \sum_{i=1}^{P} m_iE'(x-b_i),$$

$$EI\bar{y}(x) = \theta(x)[(V_A + \varphi_Ax)EI + \frac{1}{2}M_Ax^2 + \frac{1}{6}T_Ax^3 -$$

(V)

$$- \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n} P_i\theta(x-a_i)(x-a_i)^3 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i(x-b_i)^2,$$

where

$$\theta(x-a_i) = \begin{cases} 1, & x \geqslant a_i, \\ 0, & x < a_i, \end{cases} \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, n);$$

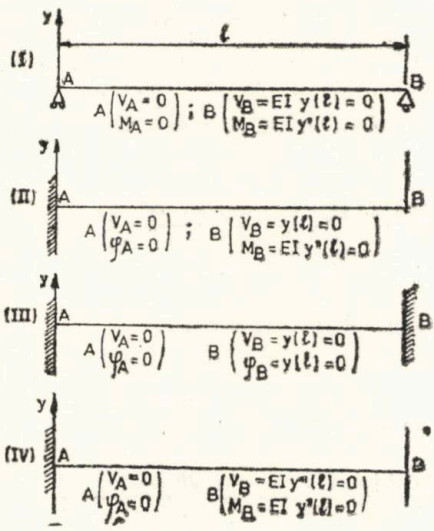
$$\theta(x-b_i) = \begin{cases} 1, & x \geqslant b_i, \\ 0, & x < b_i, \end{cases} \qquad (i = 1, 2, 3, \ldots, n).$$

Remark 2. It is readily established from the expression (V) that for $x \in [0, l]$, $\bar{y}(x)$ coincides to $\bar{y}(x)$.

We find that for $x \in (0, l)$ the functions $y(x)$, $y'(x)$ are continuous, hence the rotations in each point on the beam, in $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_p$ included where the beam is sectioned are equal. Further on, we notice that

$y''(x)$ is discontinuous in the points $b_1, b_2, ..., b_p$ where there are the jumps $m_1, m_2, ..., m_p$. Finally it is pointed out that $y'''(x)$ is also discontinuous in the points $a_1, a_2, ..., a_n$, which shows that the cutting force, corresponding to the sections at the place of the acting concentrated forces is discontinuous and has in these points discontinuities whose jump is just the magnitude of the concentrated forces $P_1, P_2, ..., P_n$.

The parameters $V_A, \varphi_A, M_A, T_A$ are now determined as functions of the suspension nature (Fig. 2).




The limit conditions are :

$$\begin{cases} y(0) = 0, & y'(0) = 0, \\ y(l) = 0, & y''(l) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(0) = 0, & y'(0) = 0, \\ y(l) = 0, & y'(l) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0, & y'(l) = 0, \\ y''(l) = 0, & y'''(l) = 0, \end{cases}$$

Fig. 2

and any other combination between them.

Remark 3. The parameters $V_A, \varphi_A, M_A, T_A$ being determined we know precisely the equation of the deformed medium fibre. Knowing it, we can readily determine : a) the deflection in a point on the beam; b) the section rotation in a given point (the tangent line inclination), bending moment, and cutting force in any section of the beam.

## 3. Application

We consider a beam $AB$ of length $l$, solicited in the points $A_1$, $A_2$ by concentrated forces of magnitude $P_1$, $P_2$ and in point $A_3$ by a positive concentrated moment, $m$. We also consider the beam $AB$ to be embedded in $A$ and articulated in $B$ (Fig. 3).

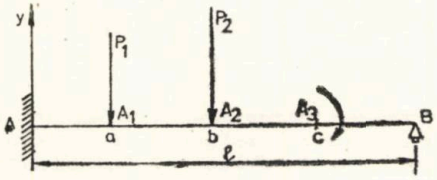



Fig. 3

Taking into account the bending of the beam in this case, the equation of the deformed medium fibre can be obtained directly from (V), where for $x \geqslant 0$ and $i = 2$, respectively $i = 1$, it results :

$$EIy\,(x) = (V_A + \varphi_A\, x)\, EI + \frac{1}{2} M_A x^2 + \frac{1}{6} T_A\, x^3 - \frac{1}{6} [P_1\, \theta\, (x - a)\, (x - a)^3 +$$

$$+ P_2\, \theta\, (x - b)\, (x - b)^3] + \frac{1}{2} m\, \theta (x - c)\, (x - c)^2.$$

The suspension conditions are: a) at the end $A$, the defection and rotation are zero, therefore $\varphi_A = 0$, $V_A = 0$ ; b) at the end $B$, the deflection and moment are zero, therefore $V_B = 0$, $M_B = 0$, or $y\,(l) = 0$, $y''\,(l) = 0$.

For determining the parameters $M_A$, $T_A$ that have been left undetermined, we need the expressions of $y\,(x)$ and $y''(x)$. We have

$$EIy''(x) = M_A + T_A\, x - P_1\, \theta\, (x - a)\, (x - a) - P_2\, \theta\, (x - b)\, (x - b) + m\theta\, (x - c).$$

From $y\,(l) = 0$ it results

$$3M_A + lT_A = \frac{P_1\, (l - a)^3 + P_2\, (l - b)^3 - m\, (l - c)^2}{l^2}$$

and from $y''(l) = 0$,

$$M_A + lT_A = P_1\, (l - a) + P_2\, (l - b) - m.$$

Solving this system we obtain :

$$M_A = \frac{P_1(l-a)^3 + P_2\, (l-b)^3 - m\, (l-c)^2 - P_1\, l^2\, (l - a) - P_2 l^2 (l - b) + ml^2}{2l^2},$$

$$T_A = \frac{P_1\, a\, (l - a)\, (2l - a) + P_2\, b\, (l - b)\, (2l - b) - m\, (2l^2 - c^2 + 2\, lc)}{2l^3},$$

which can also be written :

$$M_A = \frac{-P_1\, a\, (a - l)\, (a - 2l) - P_2\, b\, (b - l)\, (b - 2l) + mc\, (2l - c)}{2\, l^2,},$$

$$T_A = \frac{P_1\, a\, (a - l)\, (a - 2l) + P_2\, b\, (b - l)\, (b - 2l) - m\, [2l\, (l + c) - c^2]}{2\, l^3.},$$

These forms for $M_A$ and $T_A$ allow a generalization. Thus, if we maintain the suspension conditions of our application but we consider the beam loaded as in the case generally treated then we obtain for $M_A$ and $T_A$ the expressions :

$$M_A = \frac{\sum_{i=1}^{p} m_i b_i (2l - b_i) - \sum_{i=1}^{n} P_i\, a_i\, (a_i - l)\, (a_i - 2l)}{2l^2},$$

$$T_A = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i a_i\, (a_i - l)\, (a_i - 2l) - \sum_{i=1}^{p} m_i\, [2l\, (l + b_i) - b_i^2]}{2l^3}.$$

Knowing $M_A$ and $T_A$ we know the bar deformation perfectly. At the other end we know that $V_B = 0$, $M_B = 0$ (we have already used this). If it is desired, we can also calculate the other elements of suspension in the end $B$, namely the cutting force $T_B$ and the rotation $\varphi_B$.

In order to determine these elements we have only to calculate $y'(x)$ and $y'''(x)$ and to calculate the value of these functions for $x = l$. We obtain :

$$T_B = T_A - P_1 - P_2,$$

$$\varphi_B = \frac{1}{EI}\left\{M_A\, l + \frac{l^2}{2}\, T_A - \frac{1}{2}\left[P_1 (l-a)^2 + P_2 (l-b)^2\right] + m\,(l-c)\right\}.$$

These relations can be generalized for the general case of loading, namely :

$$T_B = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i a_i (a_i - l)(a_i - 2l) - \sum_{i=1}^{p} m_i \left[2l\,(l + b_i) - b_i^2\right]}{2l^3} - \sum_{i=1}^{n} P_i.$$

$$\varphi_B = \frac{1}{EI}\left[\frac{\sum_{i=1}^{p} m_i b_i (2l - b_i) - \sum_{i=1}^{n} P_i a_i (a_i - l)(a_i - 2l)}{2l}\right] +$$

$$+ \frac{1}{4}\left[\sum_{i=1}^{n} P_i a_i (a_i - l)(a_i - 2l) - \sum_{i=1}^{p} m_i \left[2l\,(l + b_i) - b_i^2\right]\right] -$$

$$- \frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{n} P_i (l - a_i)^2 + \sum_{i=1}^{p} m_i (l - b_i)\right].$$

For such supports we can proceed similarly and also generalize for the general case of loading studied by us.

## 4. Conclusions

As soon as we have obtained the equation of the deformed medium fibre $y(x)$ then for a beam supported at the ends $A$ and $B$, subjected to a finite number of forces and concentrated moments, we can find, proceeding directly from equation (V) the following elements : a) the deflection in any point on the beam ; b) the rotation in any point on the beam ; c) the cutting force and the bending moment in any point on the beam.

For example, let a point $A'$ on the beam be situated at distance $x_0$ from $A$, the left end of the bar. If we intend to know the deflection, rotation, cutting force, bending moment in this point we have only to replace $x$ with $x_0$ in $y(x)$, $y'(x)$, $y'''(x)$ and respectively $y''(x)$.

Remark 4. The problem of the beam with several spans (in our case we had one span) is a polylocal problem (with us it was a bilocal Cauchy problem), that has remained an open problem.

Remark 5. In all these sentences as well as calculations, the diagrams of the moment and of the cutting force do not exist and are not necessary either. If a concrete problem demands this thing we have only to represent graphically the functions $y''(x)$ and $y'''(x)$ with the field of definition $[0, l]$.

*Received, February 2, 1978*

*Mining Institute, Petroşani*

REFERENCES

1. Kecs W., Teodorescu P. P., *Aplicaţii ale teoriei distribuţiilor în mecanică*. Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1971.
2. Constantinescu I., *Application des fonctions généralisées à l'étude de l'équilibre des fils*. AIA Revue X, ATB Bruxelles, *3*, 27 (1970).

3. Constantinescu I., Tocaci E., *Application en mécanique d'équations différentielles contenant une distribution de Dirac.* AIA Revue X, ATB, Bruxelles, *4*, 18 (1970).
4. Constantinescu I., Tocaci E., *Considérations sur l'énergie cinétique et le travail mécanique pour les systèmes rigides à percussions.* AIA Revue X, ATB, Bruxelles, *1*, 17 (1971).
5. Constantinescu I., *Studiul mișcării cu puncte de discontinuitate a unei plăci plane.* An. univ. Timișoara, ser. st. Mat.-Fiz., III, 101—108 (1965).
6. Constantinescu I., *Mișcarea firului sub acțiunea forțelor percutante.* Lucr. șt. Inst. de Mine, Petroșani, ser. șt. de cultură generală, 6, 219—229 (1969).
7. Constantinescu I., Tocaci E., *Sur les équations de deuxième espèce de Lagrange pour les cas des systèmes matériaux percutés.* Elektryfikacja i mechanizacja gornictwa i hutnictwa, Kraków, 33, 11—17 (1969).
8. Bouix M., *Les fonctions généralisées en distributions.* Ed. Masson, Paris, 1954.
9. Vîlcovici V., Bălan Șt., Voinea R., *Mecanică teoretică.* Ed. II, Ed. Tehn., Buc., 1963.

## STUDIUL FIBREI MEDII DEFORMATE A UNEI GRINZI REZEMATE, SUPUSĂ LA UN NUMĂR FINIT DE FORȚE ȘI MOMENTE CONCENTRATE

(Rezumat)

Studiul deformațiilor barelor solicitate la încovoiere prezintă interes atît pentru rezolvarea unor probleme ce impun condiții de rigiditate — adică anumite valori ale deformațiilor — cît și pentru rezolvarea sistemelor static nedeterminate. În acest scop se cercetează forma pe care o capătă, în urma încovoierii, axa unei bare drepte care se va numi fibră medie deformată sau linie elastică a barei. Pentru rezolvarea problemei s-au considerat mai multe ipoteze simplificatoare.

Se determină parametrii $V_A$, $\varphi_A$, $M_A$, $T_A$ și astfel se cunoaște precis ecuația fibrei medii deformate. De îndată ce s-a obținut ecuația fibrei medii deformate, $y(x)$, atunci pentru o grindă rezemată în capetele $A$ și $B$, supusă la un număr finit de forțe și momente concentrate, se pot determina pornind direct de la ecuația (V), următoarele mărimi: săgeata în orice punct de pe grindă, rotirea în fiecare punct de pe grindă, forța tăietoare și momentul înconvoietor în orice punct de pe grindă.

Problema grinzii cu mai multe deschideri (în cazul considerat — o deschidere) este o problemă polilocală (în cazul studiat — o problemă de tip Cauchy bilocală) care pînă în prezent este deschisă.

În toate raționamentele făcute precum și în calcule, diagramele momentului și a forței tăietoare nu există și nici nu sînt necesare. Dacă o problemă concretă cere acest lucru nu rămîne decît să se reprezinte grafic funcțiile $y''(x)$ și $y'''(x)$, cu domeniul de definiție $[0, l]$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 531.2

# DUALITY AND MONOTONY OF THE TWO-FIELDS FINITE ELEMENTS IN ELASTIC STRESS ANALYSIS *)

BY

NGUYEN DANG HUNG and DAN FRANGOPOL

**1.** There are different types of finite elements depending on the choice of particular hypothesis and variational principle.

Best known are the conforming displacement (kinematically admissible model) and the equilibrium stress element (statically admissible model) both based on the definition of one-field continuous along the interfaces.

These one-field models present the interesting peculiarity of approach the exact solution by upper and lower bounds as much closer as the discretization is finer. This constitutes the dual analysis of elastic structure.

There is another type of element, the hybride one, first introduced by T h h P i a n and P i n T o n g.

It is characterized by the fact that hypotheses are made on two independent fields : one is continuous inside the element, the other one is defined on the interface and continuous from one element to its neighbour.

**2.** This work realizes the connection between the hybrid models and the one-field conforming equilibrium models. We call them the two-fields models because they possess dual properties and retain the advantage of the monotonic convergence in energy.

Two special elements of this type are briefly presented in the present paper :

a) The first one is a special two-fields „stress model" for K i r c h h o f f plate bending based on the modified complementary energy principle $HQ(N)$, where $N$ is the polynominal degree of the interior stress field. The displacement field is defined by means of a cubic polynominal on the edge and can be extended inside the element while ensuring continuity and compatibility ; on the other hand, the stress field is defined by means of a variable degree polynomial inside the element [3]. Connectors are identical to these of the F r a e i j s de V e u b e k e — S a n d e r conforming element $CQ$ [1].

b) The second one is a special two-fields „displacement model" for K i r c h h o f f plate bending based on the total potential energy princip-

*) Paper presented, in a modified form, at the Sixth Canadian Congress of Applied Mechanics, CANCAM 77, Session E—8 : Finite Elements IV, University of British Columbia, Vancouver, Canada, May 30 — June 3, 1977.

le *TAP* (*N*), where *N* is the polynomial degree of the interior displacement field. The stress field is linear on the interface and can also be extended inside by analogy with the Fraeijs de Veubeke—Sander classical equilibrium model *EQT* [2]; the displacement field is approached inside by a variable degree polynomial [4]. Connectors, in this case, are identical to these of equilibrium model. This formulation presents the great advantage that degree of interior field is independent from connection conditions.

A very large serie of numerical tests has been conducted to evaluate performance of both elements in various situations [3], [4]: square, rectangular and skew plates, simply supported or clamped, under concentrated or distributed loading. These tests have confirmed the great interest of a dual analysis by hybrid models because these give closer bounds to the exact solution than these obtained by the classical dual elements.

This important property seems to be an excellent reason for according special attention to these two models which must be accepted among the „good elements" found in the literature.

On the other hand, these two models present the very important property of a monotonic convergence to the exact solution. Undoubtedly, the possibility of extending the interface field inside the element is the reason of this quality, by analogy with the classical models. A theoretical attempt seems to be necessary to explain this situation.

**3.** Finally we can say that the special two-fields stress and displacement model forming a couple with dual properties constitute a real progress and an interesting generalization of classical elements in elastic structural analysis by upper and lower bounds.

*Received, April 19, 1978*

*University of Liège, Belgium*
*and*
*Institute of Civil Engineering, Bucharest*

REFERENCES

1. Fraeijs de Veubeke B., *A Conforming Finite Element for Plate Bending.* Int. J. of Solids and Struct., 4, 95—108 (1968).
2. Sander G., *Application de la méthode des éléments finis à la flexion des plaques.* Univ. de Liège, Coll. des Publ. de la Faculté des Sc. Appl., *15* (1969).
3. Hung N. D., Detroux P., *La formulation théorique et le comportement numérique d'un élément de plaque fléchie.* Univ. de Liège, Coll. des Publ. de la Faculté des Sc. Appl., *54* (1975).
4. Hung N. D. Desir Ph. *La performance numérique d'un élément fine hybride de déplacement pour l'étude des plaques en flexion.* Lab. de Mécanique des Matériaux et de Statique des Constructions, Rapport Interne, *67*, Univ. de Liège, Déc. 1975.
5. Hung N. D., Frangopol D., *Plastic Collapse of Shells of Revolution by Non-linear Programming and Finite Element Techniques.* Second Annual ASCE/EMD Specialty Conference, Session T 3 E: Shells, North Carolina State University, Raleigh, U. S. A., May 23—25, 1977.

DUALITATE ȘI MONOTONIE ÎN CAZUL A DOUĂ TIPURI DE ELEMENTE FINITE UTILIZATE ÎN ANALIZA PLASTICĂ A STRUCTURILOR

(Rezumat)

Se semnalează două noi tipuri de elemente finite ce pot fi utilizate în cazul plăcilor plane (modelul Kirchhoff). Performanțele ridicate ale acestor elemente au reieșit în cadrul a numeroase aplicații numerice efectuate pe calculatorul IBM 370/158 al Universității de Stat din Liège.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 531.2

# CONDITIONING OF STRUCTURAL FLEXIBILITY MATRIX

## ALGORITHM FOR GENERATING AN OPTIMUM MESHES SYSTEM

BY

ADRIAN VULPE and FLORIN MACAVEI

**1.** In what follows further comments are added to the excellent paper published by Goodspead and Martin [1].

The authors propose an very simple algorithm for generating an optimum meshes system in the sense that the number of the off-diagonal coefficients of the structural flexibility matrix is minimal. This leads to the reduction of the numerical operations implied in the inversion of the flexibility matrix $C^TFC$ and hence to the reduction of the errors generated by truncation and round-off.

**2.** The authors construct the graph of the structure, numbering the nodes in a random manner and considering that a branch is oriented so that the smallest number of the two nodes is assigned to the initial node. For the generation of the meshes of an imposed number $n$ of branches, ($n = 2, 3,...$), they start from a branch which is designated by 1, continue by branch 2 who has his initial node in common with the terminal node of the branch 2, a. s. o., up to and including branch $n-1$. The last branch, $n$, has the original node in common with branch 1, and the terminal node in common with branch $n-1$. For meshes with $n = 2$ and $n = 3$ branches (Figs. 1 *a* and 1 *b*), all the possible meshes can be generated by this algorithm.

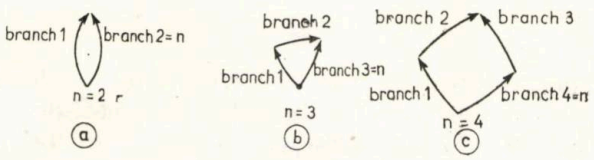



Fig. 1

**3.** In the paper [2], in which are presented two methods of generating of a minimal cycle basis, are given examples in which this basis contains meshes with four branches. On the other hand, in the paper [1], for $n=4$ situations may appear of the type represented in Fig.1 *c*, in which the branches 1, 2 and 4 are oriented in the sense required by the algorithm, but the branch 3 are oriented in the opposite sense. The meshes of the type represented in Fig. 1 *c* cannot hence be generated by this algorithm. The same observation is valid for any $n > 3$. One loses meshes which make possible to lead to a better conditioned flexibility matrix. For avoiding this inconvenience one can renounce to the generation of the meshes built up by oriented branches, these meshes being generated by unoriented branches. However if the meshes are generated by unoriented branches, then the same mesh will be generated twice, the first time in the order of branches 1, 2, 3, 4, the second time in

the order 4, 3, 2, 1 (Fig. 1 *c*). But it may be tested if the mesh was generated previously such a test is anyway made in the paper under discussion [1].

By the selecting the meshes from all the possible meshes, the unknown are selected.

But for the same unknowns, the distribution of the coefficients different from zero in the flexibility matrix depends exclusively of unknowns numbering. In the paper it is shown that R u b i n s t e i n [3] says that the banded matrices are well-conditioned. An algorithm for selecting a numbering of unknowns in the manner that leads to the minimum bandwidth is given in [4] and [5].

But the minimum number of numerical operations — hence the truncation and round off errors — in solving the equations system by an elimination procedure, is not obtained when the unknowns are eliminated in the sequence who leads to the band matrix.

**4.** An indication regarding the total number of numerical operations is given by the operations number implied in the eliminating of each unknown. This depends on the number of unknowns bound to the unknown which is eliminated at the moment at which this is done.

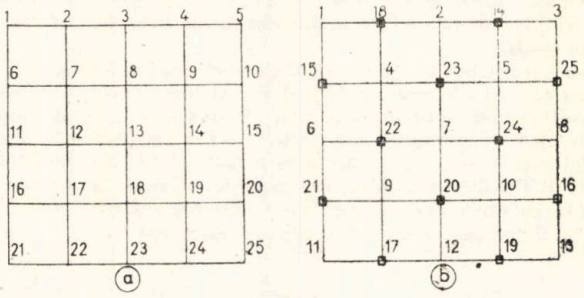



Fig. 2

With this purpose, it is useful to construct a graph the nodes of which correspond to the unknowns and his branches to the off-diagonal coefficient of the flexibility-matrix. For example in Fig. 2 *a* the unknowns are numbering in manner of band-matrix.

By eliminating the unknown in the order 1, 2, 3,..., 25 in Fig. 2 *a* the unknown 1 are bound with unknowns 2 and 6 (two unknowns), then the unknown 2 is bound with 6, 7 and 3 (three unknowns), the unknown 3 with unknowns 6, 7, 8 and 4 (four unknowns), the unknown 5 with unknowns 6, 7, 8, 9, 10 (five unknowns) and so on, the total number of bound unknowns is 104.

A different numbering of unknowns which does not lead to a band matrix, but to a sparce matrix is shown in Fig. 2 *b*. By eliminating the unknowns in sequence 1, 2, 3,..., 25 in Fig. 2 *b*, the total number of bound unknowns is 81. Hence in the last case the truncation errors are less than in the first case.

*Received, May 5, 1978*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Structural Mechanics*
*and*
*Institute of Civil Engineering, Bucarest*

## REFERENCES

1. Goodspead H. C., Martin M., *Conditioning of Structural Flexibility Matrix.* ASCE, J. Struct. Div., **100** (1974).
2. Cassel A. C., Handerson J. C., Kaveh A., *Cycle Bases for the Flexibility Analysis of Structures.* Int. J. num. Meth. Engn., **8**, *3*, 521—528 (1976).
3. Rubinstein M. F., *Matrix Computer Analysis of Structures.* Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1966.
4. Grooms H. R., *Algorithm for Matrix Bandwidth Reduction.* ASCE, J. Struct. Div., **98**, *ST 1*, 203—214 (1972).
5. Collins R. J., *Bandwidth Reduction by Automatic Renumbering.* Int. J. Num. Meth. Engn., **6**, *3*, 345—356 (1974).

## CONDIŢIONAREA MATRICEI DE FLEXIBILITATE A STRUCTURILOR

Algoritm de generare a sistemului optim de bucle

(Rezumat)

Se analizează lucrarea [1], elaborată de Goodspead şi Martin şi se precizează că în rezolvarea structurilor printr-un proces de eliminare, utilizînd metoda matricei de flexibilitate, trebuie să fie minim nu numărul iniţial de coeficienţi nenuli ai sistemului de ecuaţii ci suma coeficienţilor cu care se operază în toate etapele rezolvării. Numărul minim de operaţii este direct proporţional cu numărul de necunoscute legate de necunoscuta care se elimină şi se obţine pentru o numerotare a necunoscutelor care conduce la o matrice slab populată a coeficienţilor (sparse matrix).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 627.8 : 550.3

# THE INFLUENCE OF HIGHER NATURAL MODES ON THE SEISMIC RESPONSE OF ROCKFILL DAMS

BY

VIRGIL BREABĂN, HORIA BĂRBAT and C. D. IONESCU

## 1. Introduction

The seismic analysis of rockfill dams presents some peculiarities, especially due to the nonhomogeneity of the material over the cross section [1]. The capability of the finite element method to give good results for the seismic analysis of dams even in the case of nonhomogenous cross sections was proved [2].

The following assumptions are made : a) the dam is long as compared to the cross sectional dimensions, so that the problem is treated as a plane strain one ; b) the vertical component of the ground motion is neglected ; c) the dam —foundation and the dam —reservoir interaction is neglected ; d) the structure has a linear-elastic behaviour.

Generally, the seismic response is obtained by two approaches : the mode superposition method and the step by step method. In the case when in the seismic response of the structure many mode shapes must be included to obtain a good approximated solution, the step by step method is preferable. In the paper the mode superposition method was used and the influence of the higher mode shapes on the seismic response was emphasized.

## 2. Equations of Motion

In the Fig. 1 the cross section of a rockfill dam and its idealization by using quadrilateral finite element [3] is presented. The equations of motion for the assumptions listed above are :

$$[M]\{\ddot{D}(t)\} + [C]\{\dot{D}(t)\} + [K]\{D(t)\} = -\{M\}a_h(t), \tag{1}$$

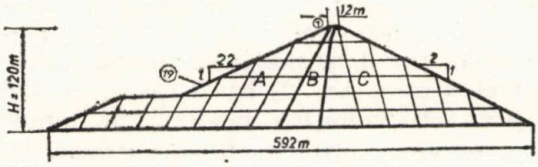



Fig. 1.—Dam cross section and finite element idealization.

where: $[M]$ is the diagonal lumped mass matrix of the finite elements assemblage; its diagonal form brings advantages in what concernes the computation time and provides results with a good accuracy [4]; $[C]$ — the viscous damping ratios matrix; $[K]$ — the stiffness matrix of the finite elements assemblage; $\{M\}^T = [M_1\ M_1\ M_2\ M_2\ \ldots\ M_n\ M_n]$ is obtained directly from the mass matrix $[M]$.

### 3. Seismic Response

The natural modes of the structural assemblage are obtained by solving the eigenvalues problem:

$$[K]\{\Phi_i\} = \omega_i^2[M]\{\Phi_i\}, \tag{2}$$

where $\omega_i$ is the circular frequency and $\{\Phi_i\}$ is the mode shape of the $i$-th natural mode.

Once established the matrix $[\Phi]$ of natural modes, the transformation

$$\{D(t)\} = [\Phi]\{Y(t)\} \tag{3}$$

is used, where $\{Y(t)\}$ is the generalized coordinates vector, to uncouple the equations of motion (1). The following equation results for a certain mode $i$:

$$\ddot{Y}_i(t) + 2\eta_i\omega_i\dot{Y}_i(t) + \omega_i^2 Y_i(t) = \frac{F_i^*(t)}{M_i^*}, \tag{4}$$

where $M_i^* = \{\Phi_i\}^T[M]\{\Phi_i\}$; $F_i^*(t) = -\{\Phi_i\}^T\{M\}a(t)$; $\eta$ is the damping ratio in the mode $i$.

The stresses in a certain element $e$, $\{\sigma_e(t)\}$, are given by:

$$\{\sigma_e(t)\} = [t_e]\{d_e(t)\}, \tag{5}$$

where $\{d_e(t)\}$ are the nodal displacements and $[t_e]$ is the transformation matrix.

### 4. Numerical Results

The rockfill dam, whose cross section is presented in Fig. 1, is calculate for the following material properties: a) zone A: the modulus of elasticity $E = 2\,000$ daN/cm², Poisson's ratio $\nu = 0.35$, unit mass $\rho = 120$ kg/m³; b) zone B: $E = 2\,000$ daN/cm², $\nu = 0.30$, $\rho = 190$ kg/m³; c) zone C: $E = 2\,000$ daN/cm², $\nu = 0.35$, $\rho = 190$ kg/m³. In the idealization of the dam cross section, 58 elements were used, the assemblage having 70 nodes; 0.05 of critical damping has been considered for each mode. The seismic response of the dam subjected to the North-West component of Taft 1952 accelerogram (Fig. 2) has been calculated by including in the analysis 3, 5, 8 and 10 vibration modes; the input acceleration ordonates have been considered with an time increment $\Delta t = 0.025$ sec, time at which the responses was also computed.

In Fig. 3 the horizontal acceleration response in the nodal point *1* is plotted for 3, 5, 8, and 10 mode shapes included and in Fig. 4 the stresses responses in the element 19 are given for 5 and 10 mode shapes included.

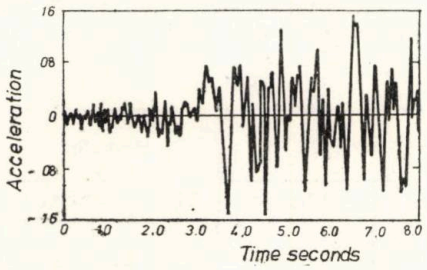



Fig. 2. — North Wess horizontal component of T a f t (1952) accelerogram.

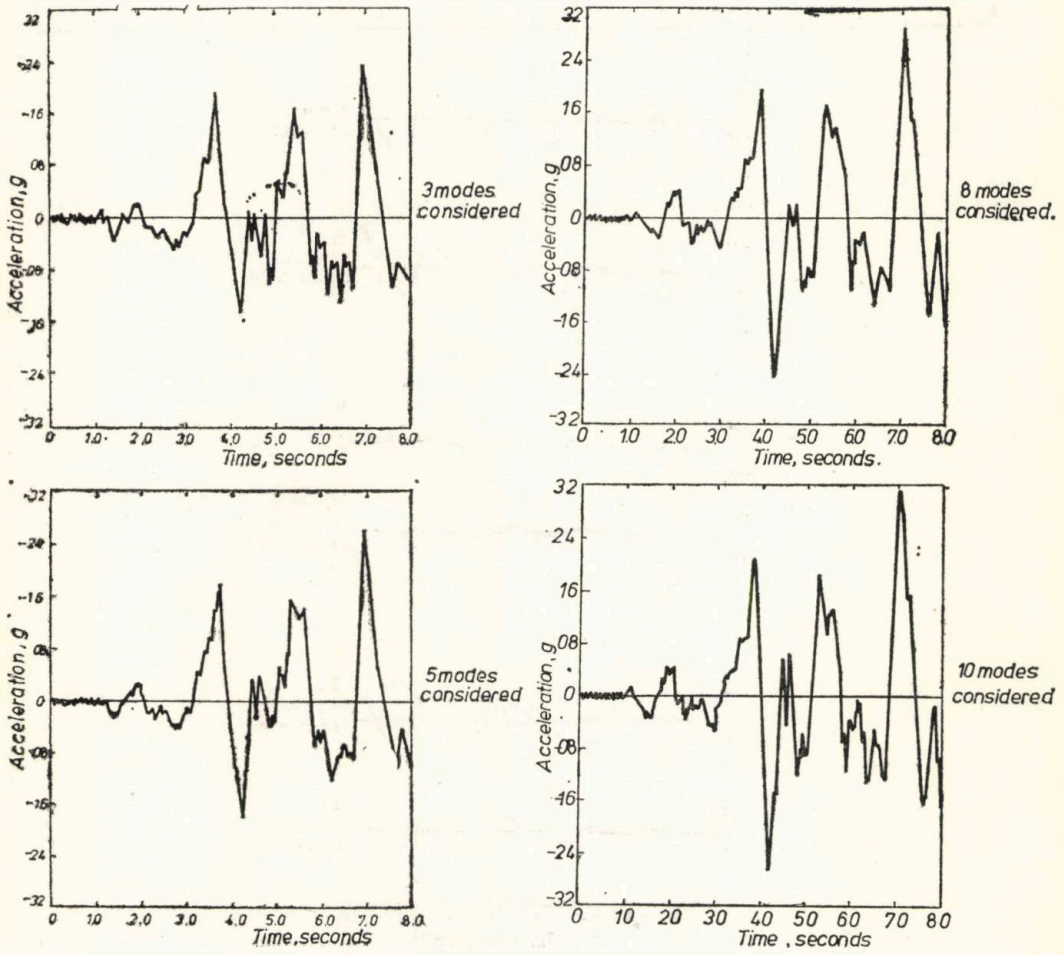



Fig. 3. — Horizontal acceleration response — nodal point *1*.

The maximum acceleration responses for the analysed cases are compared in the Table 1. The influence of the numbers of modes included in the responses appears to be important, the maximum acceleration when 10 modes included is 31.5% bigger than that for 3 mode included, 19.6% bigger than that for 5 modes included and 7.1 bigger than that for 8 modes included.

Table 1

| | 3 modes | 5 modes | | 8 modes | | 10 modes | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $A_3$ | $A_5$ | difference | $A_8$ | difference | $A_{10}$ | difference |
| Maximum horizontal acceleration | 0.241 $g$ | 0.265 $g$ | $A_3+00995g$ | 0.296 $g$ | $\frac{A_3+0.228A_3}{A_5+0.117A_5}$ | 0.317 $g$ | $\frac{(1+0.315)A_3}{(1+0.196)A_5}$ $\frac{}{(1+0.07)A_8}$ |

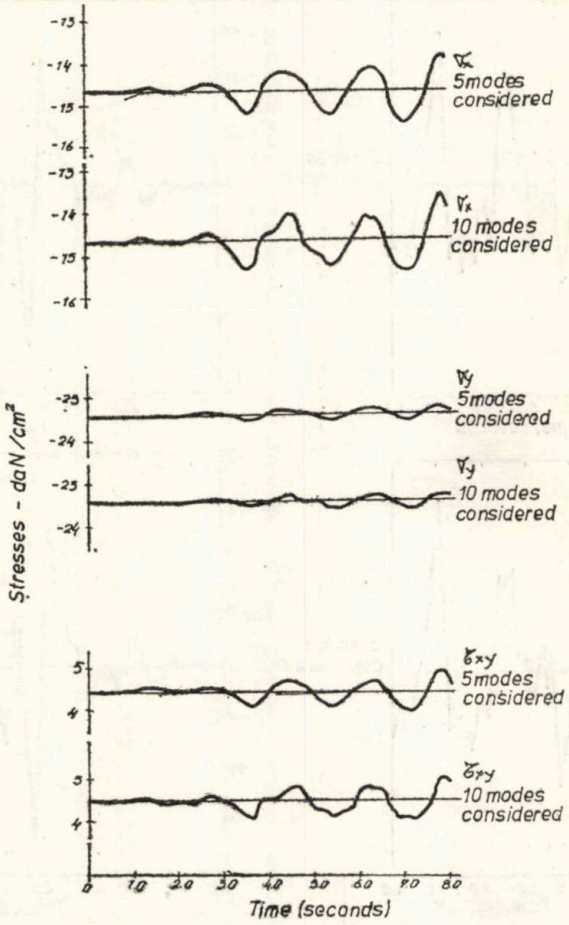



Fig. 4. — Stress reaponses — element *19*.

In the Table 2 the maximum dynamic stresses are compared. The maximum stress responses including 10 modes is about 20% bigger than the stress responses including 5 modes (at $t = 7.825$ sec). But when the dynamic stresses are added to the static stresses, the differences appears to be negligible (Table 3).

Table 2

| Maximum stress daN/cm² | 5 modes | 10 modes | Difference % |
|---|---|---|---|
| $\sigma_x$ | 0.8782 | 1.0610 | 20.7 |
| $\sigma_y$ | 0.1832 | 0.2211 | 20.1 |
| $\tau_{xy}$ | 0.5310 | 0.6310 | 18.2 |

Table 3

| Maximum stress daN/cm² | 5 modes | 10 modes | Difference % |
|---|---|---|---|
| $\sigma_x$ | — 13.7818 | — 13.6012 | 1.32 |
| $\sigma_y$ | — 23.2468 | — 23.2104 | 1.58 |
| $\tau_{xy}$ | 4.9790 | 5.0790 | 2.09 |

## 5. Concluding Remarks

The modes higher that first five exert an important influence on the dynamic response of the rockfill dams. When the acceleration response or the dynamic stresses in the dam are needed, the response has to be calculated with the including of at least 8 mode shapes.

But in the problems of practical interest, when the total stresses (static plus dynamic stresses) are necessary, the dynamic response may be computed by including only five modes, the errors for the total stresses being negligible.

*Received, April 2, 1976*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Structural Mechanics*
*and*
*Department of Concrete and*
*Hydraulic Constructions*

REFERENCES

1. Prișcu R., *Construcții hidrotehnice.* EDP, Buc., 1974.
2. Chopra A. K., Dibaj M., Clough R. W., Penzien J., Seed H. B., *Earthquake Analysis of the Earth Dams.* IV WCEE, Chile, 1969.
3. Chopra A. K., Chakrabarti P., *A Computer Program for Earthquake Analysis of Dams.* Report No. EERC 70.5, September, 1970, Univ. of California, Berkeley, California.

4. Clough R. W., *Analysis of Structural Vibrations and Dynamic Response.* Proc. U.S.-Japan Symp., *Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis and Design*, Tokyo Japan 441—486 (1969).

## INFLUENŢA MODURILOR SUPERIOARE DE VIBRAŢIE ASUPRA RĂSPUNSULUI SEISMIC AL BARAJELOR DE ANROCAMENTE

(Rezumat)

Se efectuează analiza seismică a barajelor de anrocamente cu secţiunea neomogenă, prin metoda analizei modale. Se studiază influenţa numărului de moduri, incluse în analiză, asupra răspunsului seismic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 531. 2 ; 624.07

# AN ANALYTICAL PROCEDURE FOR SETTING UP THE MOMENT—CURVATURE DIAGRAM FOR REINFORCED CONCRETE RECTANGULAR BEAMS

BY

ȘT. JERCA, M. BUDESCU, N. ȚĂRANU and E. ASANDULUI

## 1. Introduction

The ductility criterion, which stands behind plastic design of the structural members in seismic areas, requires a good knowledge of stress readjustment on the reinforced concrete members cross section, until the ultimate load is reached.

As reffered to bending the mentioned readjustment is characterized by the moment — curvature relationship which can be derived analytically or experimentally.

The existing analytical methods are based iterative numerical procedures, most of them reffering to combined compression and bending of structural members [4], [6], [7], [9],...,[13].

In this paper a direct general analytical approach to set up the moment — curvature ($M - \Phi$) diagram for the rectangular reinforced concrete members which support transverse loads is presented.

## 2. Basic Assumptions

The stress — strain diagram of the compressed concrete is approximated by a general formula:

$$\sigma = f(\varepsilon, \varepsilon_0, \sigma_0), \tag{1}$$

where $\sigma_0$ and $\varepsilon_0$ are parameters whose meaning is given in Fig. 1. Depending on the concrete marks some various relationships for the function $f$ [1], [3], [5], [8], [14], [15] have been proposed.

It is assumed that curve shown in Fig. 1 provides a good approximation for the compressed concrete of the bent cross section.

For this discussion the stress — strain diagram of the reinforced steel bars is assumed to have the idealized shape shown in Fig. 2.

It is accepted that the stress—strain curve of the reinforced steel located inside tensioned area of the cross section is a three-linear one:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad 0 \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_{c1}, \tag{2 a}$$

$$\sigma = \sigma_c = E\varepsilon_{c1}, \quad \varepsilon_{c1} \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_{c2}. \tag{2 b}$$

$$\sigma = E\varepsilon_{c1} + E_c(\varepsilon - \varepsilon_{c2}), \quad \varepsilon > \varepsilon_{c2}, \tag{2 c}$$

while the same relationship for the compressed steel bars is bilinear, because the material cannot work in the strain—hardening range :

(3 a) $\sigma = E'\varepsilon, \quad 0 \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon'_{c1}$, (3 b) $\sigma = \sigma_c = E'\varepsilon'_{c1}$.

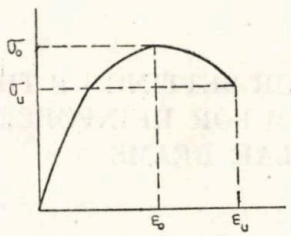



Fig. 1

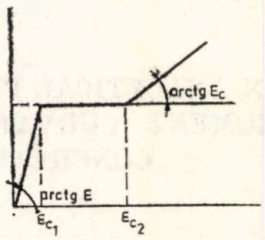



Fig. 2

The equation parameters $E$, $E_c$, $\varepsilon_{c1}$, $\varepsilon_{c2}$, $E'$, $\varepsilon'_{c1}$, $\varepsilon'_{c2}$ depend on the reinforced bars steel qualities.

The tensioned concrete is cracked (stage *II*) and cannot sustain any further loading.

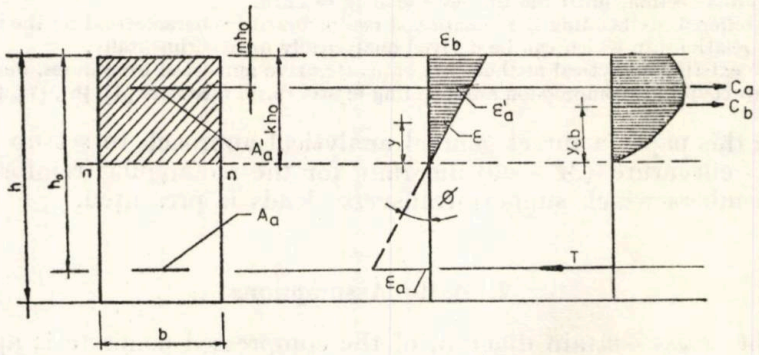



Fig. 3

The validity of B e r n o u l l i's hypothesis is accepted (Fig. 3), therefore :

(4) $$\Phi = \frac{\varepsilon}{X} = \frac{\varepsilon_b}{Kh_0} = \frac{\varepsilon_a}{h_0(1-K)} = \frac{\varepsilon}{h(1-m)},$$

all the used notations beeing shown in Fig. 3.

### 3. General Relationships

The total internal compressive stresses volume is expressed as follows :

(5) $$C_b = bh_0K\sigma_{ech},$$

where $\sigma_{ech}$ is given by the formula :

$$\sigma_{ech} = \frac{1}{\varepsilon_b} \int_0^{\varepsilon_b} f(\varepsilon)\, d\varepsilon, \tag{6}$$

which represents the equivalent stress corresponding to an uniform stress distribution over the compression zone.

The distance from the resultant force in the compression zone concrete to the neutral axis can be determined using the relation :

$$Y_{c_b} = \eta K h_0, \tag{7}$$

where

$$\eta = \frac{1}{\varepsilon_b^2 \sigma_{ech}} \int_0^{\varepsilon_b} \varepsilon f(\varepsilon)\, d\varepsilon. \tag{8}$$

The compressive and tension total force in the steel reinforcements can be determined by Eqs. :

$$C_a = A'_a \sigma' \quad \text{and} \quad T = A_a \sigma, \tag{9, 10}$$

using the results obtained from Eqs. (2) and (3), respectively, depending on the loading magnitude.

The position of the neutral axis of the section is determined from the condition of equilibrium of the internal tensile and compressive forces :

$$K\sigma_{ech} + p'\sigma' - p\sigma = 0, \tag{11}$$

where $p'$ and $p$ are given by

$$p' = \frac{A'_a}{bh_0} \quad \text{and} \quad p = \frac{A_a}{bh_0}. \tag{12 a, 12 b}$$

Introducing Eqs. (2) and (3) into Eqs. (11) we can get the following cases :

C a s e a. The stresses in both tension and compression reinforcement are kept under the yield point

$$K^2\sigma_{ech} + K(p'E' + pE)\varepsilon_b - (p'E'm + pE)\varepsilon_b = 0, \tag{13}$$

assuming the following conditions fulfilled;

$$K > m, \quad \varepsilon_b \frac{1-K}{K} \leqslant \varepsilon_{c1}, \quad \varepsilon_b \left(1 - \frac{m}{K}\right) \leqslant \varepsilon'_{c1}. \tag{14}$$

C a s e b. Stresses in compression reinforcement are under the yield point, while those in tension reinforcement reach the yield point

$$K^2\sigma_{ech} + K(p'E'\varepsilon_b - pE\varepsilon_{c1}) - p'E'\varepsilon_b m = 0, \tag{15}$$

when

$$K > m, \quad \varepsilon_{c1} \leqslant \varepsilon_b \frac{1-K}{K} \leqslant \varepsilon_{c2}, \quad \varepsilon_b \left(1 - \frac{m}{K}\right) \leqslant \varepsilon'_{c1}. \tag{16}$$

C a s e c. Stresses in the compression reinforcement are under yield point, while stresses in the tension reinforcement are placed within the strain—hardening range

$$K^2\sigma_{ech} + (\varepsilon_b p'E' + \varepsilon_b pE_c + pE_c\varepsilon_{c2} - pE\varepsilon_{c1})K - \varepsilon_b(p'E'm + pE_c) = 0, \tag{17}$$

assuming

$$K > m, \quad \varepsilon_b \frac{1-K}{K} \geqslant \varepsilon_{c2}, \quad \varepsilon_b\left(1-\frac{m}{K}\right) \leqslant \varepsilon'_{c1}. \tag{18}$$

C a s e d. Stresses in, both tension and compression reinforcements are in the plastic yielding range

$$K\sigma_{ech} + p'E'\varepsilon'_{c1} - pE\varepsilon_{c1} = 0, \tag{19}$$

assuming the following conditions

$$K > m, \quad \varepsilon_{c1} \leqslant \varepsilon_b \frac{1-K}{K} \leqslant \varepsilon_{c2}, \ \varepsilon'_{c1} \leqslant \varepsilon_b\left(1-\frac{m}{K}\right) \leqslant \varepsilon'_{c1}. \tag{20}$$

C a s e e. The compression reinforcement is loaded in the plastic yielding range and the tension reinforcement is loaded in the strain—hardening range

$$K^2\sigma_{ech} + (p'E'\varepsilon'_{c1} + pE_c\varepsilon_b - pE\varepsilon_{c1} + pE_c\varepsilon_{c2})K - pE_c\varepsilon_b = 0, \tag{21}$$

providing

$$K > m, \quad \varepsilon_b \frac{1-K}{K} \geqslant \varepsilon_{c2}, \quad \varepsilon_{c1} \leqslant \varepsilon_b\left(1-\frac{m}{K}\right) \leqslant \varepsilon'_{c2}. \tag{22}$$

For the bending moment actioning on the cross section of the member, it results the following expression :

$$M = C_b h_0(1 - K + K\eta) + C'_a h_0(1-m). \tag{23}$$

## 4. The Moment — Curvature ($M - \Phi$) Diagram

All the above derived relationships are functions of the strain in the concrete at the extreme fibre of the compression zone, $\varepsilon_b$, which can take any values between $\varepsilon$ cracking to $\varepsilon$ ultimate.

A computer program was written by the authors for setting out the diagram $M - \Phi$.

## 5. Examples

A rectangular cross section (15 × 30 cm) has been considered for a reinforced concrete beam single and double reinforced the concrete behaviour has been aproximated by the formula [14] :

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\varepsilon\, e^{1-\varepsilon/\varepsilon_0}. \tag{24}$$

In Fig. 4 the moment curvature diagrams for single reinforced concrete beams made of three concrete marks and one kind of steel reinforcement, whose characteristics are given in Table 1, are drawn.

Table 1

| | Concrete | | | Steel | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_0$ daN/cm² | $\varepsilon_0$ % | $\varepsilon_{ult}$ % | $\varepsilon_{c1}$ % | $\varepsilon_{c2}$ % | $E$ daN/cm² | $E_c$ daN/cm² |
| *A* | 280 | 0.23 | 0.30 | 0.167 | 2.3 | 2 135 000 | 7 350 |
| *B* | 390 | 0.23 | | | | | |
| *C* | 520 | 0.23 | | | | | |

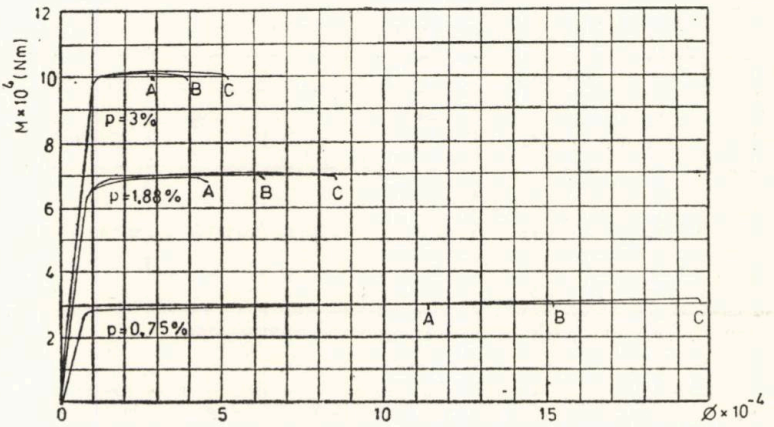



Fig. 4

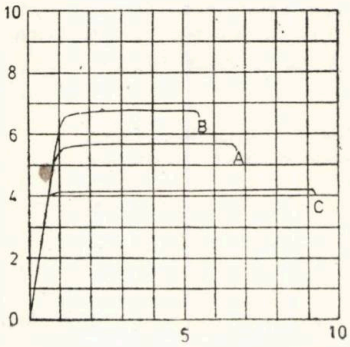



Fig. 5

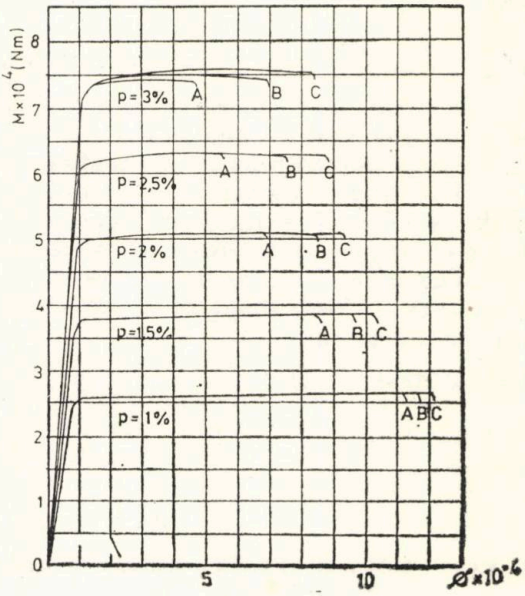



Fig. 6

**Table 2**

| | Steel | | | | Concrete | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\varepsilon_{c1}$ % | $\varepsilon_{c2}$ % | $E$ daN/cm² | $E_c$ daN/cm² | $\sigma_0$ daN/cm² | $\varepsilon_0$ % | $\varepsilon_{ult}$ % |
| *A* | 0.167 | 2.3 | 2 135 000 | 7 350 | | | |
| *B* | 0.200 | 1.8 | 2 150 000 | 12 000 | 280 | 0.23 | 0.35 |
| *C* | 0.124 | 6.3 | 2 120 000 | 6 590 | | | |

**Table 3**

| | $\frac{p'}{p}$ | Concrete | | | Steel*) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\sigma_0$ daN/cm² | $\varepsilon_0$ % | $\varepsilon_{ult}$ % | $\varepsilon_{c1}$ % | $\varepsilon_{c2}$ % | $E$ daN/cm² | $E_c$ daN/cm² |
| *A* | 0.25 | | | | | | | |
| *B* | 0.50 | 280 | 0.235 | 0.35 | 0.167 | 2.30 | 2 135 000 | 7 300 |
| *C* | 0.75 | | | | | | | |

*) Steel of the same grade in both tension and compresion.

The $M - \Phi$ diagrams changing for beams with simple reinforcement ($p = 1{,}55\%$), made of three kinds of steel reinforcement and one mark of concrete (Table 2) is shown in Fig. 5.

Finally, in Fig. 6, the moment curvature diagrams are presented for double reinforced concrete beams, based on three values ratio $p/p'$, made of materials whose characteristics are given in Table 3.

## 6. Conclusion

A direct and general approach to determine the moment curvature diagram, required by analysis of the reinforced concrete structures, based on the ductility criterion, is presented in the paper.

The examples given in this work relieve the influence of the concrete marks, steel reinforcement grades, different ratios of tension reinforcement area/compression reinforcement area, etc., on the cross section ductility.

The procedure can be extended to other cross section shapes and also for $N - M - \Phi$ diagram of structural members in combined compression and bending.

*Received, March 3, 1978*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Structural Mechanics*
*and*
*Department of Civil and Industrial Engineering*

## REFERENCES

1. Alexander S., *A Single Equation for the Stress—Strain Curve of Concrete.* Indian Concrete J., 7 (1965).
2. Bresler B., *Leightweight Aggregate Reinforced Concrete Column.* ACI J., *29* (1971).

3. Chon M. Z., *Dimensionnement à limite des ossatures en béton armé.* Construzioni in Cemento Armato, *11* (1974).
4. Crainic L., *An Analytical Study of Moment Curvature Relationship for Reinforced Concrete Members.* Proc. of the Symposium on Plastic Analysis of Structures, II, Jassy, Sept. 1972.
5. Desayi P., Krishnan S., *Equation for the Stress — Strain Curve of Concrete.* ACI Journal, **61**, *3* (1964).
6. Fenves S. J., *Computer Applications. Handbook of Concrete Engineering,* by Mark Fintel, 1977.
7. Galarza D. A., *Design Methods in Japan and USA to Provide Ductility in Reinforced Concrete Members.* Building Research Institute, Tokyo, Japan, Nov. 1976.
8. Kabaiala A. a.o, *Discussion of the Paper by Dessayi and Krishnan.* ACI Journal, **61**, *9* (1964).
9. Kroennke C. W., Gutzwiller J. M., *Finite Element for Reinforced Concrete Frame Study.* J. of Struct. Div., ASCE, **99**, *ST 7* (1973).
10. Mac Gregor I. G., *Ductility of Structural Elements. Handbook of Concrete Engineering,* by Mark Fintel, 1977.
11. Park R., Paulay T., *Reinforced Concrete Structures.* Interscience Publ., N. Y., 1976.
12. Pfrang E. O., Siess C. P., Sozen M. A., *Load—Moment—Curvature Characteristics of Reinforced Concrete Cross Sections.* ACI Journal, **7** (1974).
13. Popovics S., *A Numerical Approach to the Complete Stress—Strain Curve of Concrete.* Cement and Concrete Research, **3** (1973).
14. Smith G. M., Young L. E., *Ultimate Flexural Analysis Based on Stress—Strain. Curves of Cylinders.* ACI Journal, **28**, *6* (1956).
15. Volker H., *Spanungs—Dehnungs-Linien von Leichtluten.* Dokt. Diss., Aachen 1972.

## PROCEDEU ANALITIC PENTRU DETERMINAREA RELAŢIEI MOMENT — CURBURĂ LA GRINZI DIN BETON ARMAT CU SECŢIUNE DREPTUNGHIULARĂ

(Rezumat)

Se prezintă un procedeu de calcul analitic, direct şi automatizabil, pentru trasarea diagramei moment — curbură, la secţiuni dreptunghiulare din beton armat, solicitate la încovoiere.

Procedeul poate fi extins pentru diferite forme de secţiuni şi pentru trasarea diagramelor efort axial — moment încovoietor — curbură, corespunzătoare secţiunilor solicitate la compresiune excentrică.

Aceste diagrame sînt necesare pentru stabilirea factorului de ductilitate şi a capacităţii de disipare a energiei la structurile de rezistenţă din beton armat în timpul cutremurelor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.01 ; 550.3

# COMPORTAREA MATERIALELOR ȘI A CONSTRUCȚIILOR DIN ZIDĂRIE PORTANTĂ LA ACȚIUNI SEISMICE ÎN MUNICIPIUL IAȘI

DE

Al. NEGOIȚĂ, Al. CIORNEI, VIRGIL AUR și M. BUDESCU

## 1. Introducere

Lucrarea de față a fost prilejuită de analizarea efectelor cutremurului din 4 martie 1977 de către o serie de comisii specializate pe tipuri de structuri sau clădiri, în cadrul municipiului Iași [1], [3]. Au fost vizitate și analizate cîteva mii de apartamente construite în ultimele decenii, clădiri de locuit vechi, monumente istorice și de cult, avînd structura de rezistență din zidărie portantă. Examinările, detaliate, au urmărit în primul rînd aprecierea calității materialelor, distribuirea și localizarea avariilor.

## 2. Cutremurul din 4 martie 1977 ; date generale

Hipocentrul cutremurului din 4 martie a fost localizat, de către specialiștii noștri, la o adîncime de 110 km, iar epicentrul — în vecinătatea localității Bîrsești, din munții Vrancei. Distanța de la focar la Iași a fost parcursă de undele seismice în numai 19,5 sec. Șocul, foarte puternic în prima sa manifestare, a fost urmat de o serie de post-șocuri slabe, considerate ca fenomene de eliminare a energiei acumulate și declanșate în cursul primului șoc. Astfel, la stația seismică din Iași s-au înregistrat peste 30 de cutremure, avînd mărimea apropiată de limita de sensibilitate a aparatelor înregistratoare.

Pe scara magnitudinii, cutremurul din 4 martie 1977 a avut o intensitate $M = 7{,}2$. Din analiza accelerogramelor a rezultat că componenta pe verticală a mișcării terenului a avut amplitudinea maximă de 0,5 m/s$^2$. După 10 sec de semnalare a oscilațiilor pe verticală, aparatele au înregistrat oscilațiile pe orizontală, după direcția NS, avînd amplitudinea maximă de 2,1 m/s$^2$, cu o durată de 10...15 sec, iar după direcția E —V, de 1,6 m/s$^2$, cu o durată mai mare, de 18 sec.

### 3. Comportarea materialelor

În cadrul examinărilor detaliate efectuate la clădirile cu structura de rezistență din zidărie portantă, s-a acordat o atenție deosebită comportării la seism a cărămizilor și a mortarului.

S-a remarcat, în primul rînd, creșterea gradului de avarie la clădirile din zidărie de cărămidă realizate cu mortar de var. Folosirea mortarului de marcă inferioară a mărit caracterul eterogen al zidăriilor, în raport cu proprietățile mecanice ale celor doi componenți: cărămida și mortarul. Marca inferioară a mortarului a condus la acțiuni (depășind un anumit prag) de deplasare parțială a mortarului din rost, iar cărămizile, urmînd această deplasare, au fost supuse la eforturi de întindere, ceea ce a provocat ruperea zidăriei în dreptul rosturilor. La clădirile unde s-a constatat folosirea mortarelor de marcă ridicată (în paralel cu o execuție de calitate a zidăriei), alcătuită din ciment—var (varul-pastă a fost folosit numai pentru îmbunătățirea plasticității), avariile au fost mai puțin însemnate sau, pe alocuri, inexistente.

Sporirea stabilității și a gradului de omogenitate a zidăriilor portante din cărămidă se poate realiza odată cu mărirea adezivității celor doi componenți prin adăugarea, în mortarul de ciment—var, a substanțelor pe bază de polimeri macromoleculari.

Gradul de umplere și mărimea rosturilor dintre cărămizi au provocat, în timpul cutremurului, fisurarea, crăparea sau dislocarea zidăriei de cărămidă. Aceste avarii au crescut în amploare acolo unde s-a constatat că rosturile verticale au fost neumplute sau doar parțial umplute cu mortar. O influență negativă au exercitat-o și dimensiunile mari ale rosturilor între cărămizi, în special cele orizontale (rezistența cubică a mortarelor scade odată cu mărimea laturii cubului). Se preconizează asigurarea umplerii rostului vertical cu mortar și folosirea la minimum a zidăriei din corpuri ceramice în zone seismice.

Gradul de avariere a fost substanțial influențat de calitatea lucrărilor realizate în special pe timp de iarnă, perioadă în care au fost neglijate o serie de prevederi.

### 4. Comportarea construcțiilor

#### 4.1. Clădiri de locuit noi

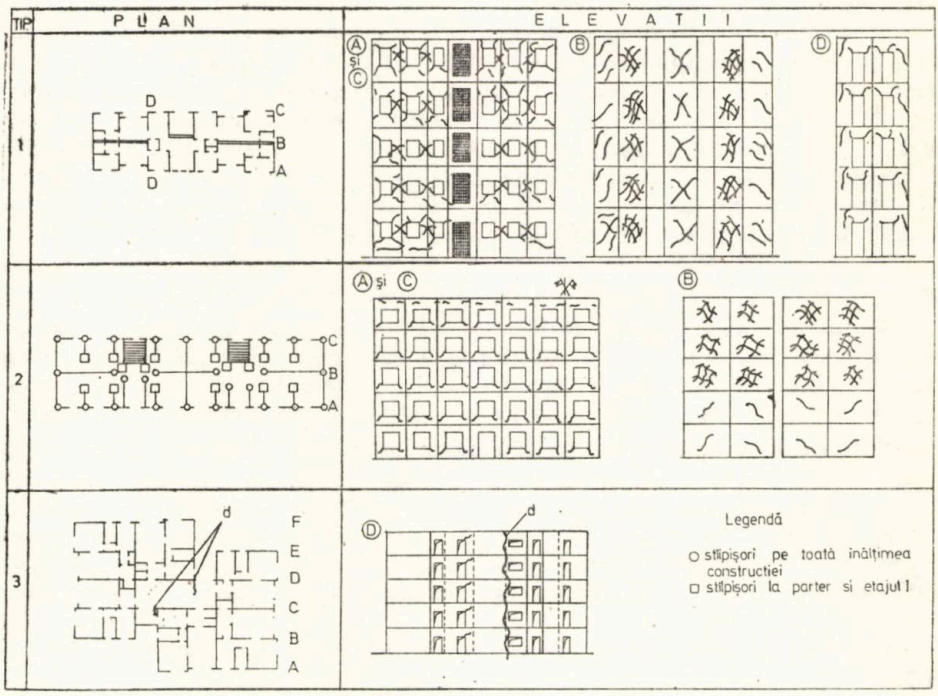
În această grupă au fost incluse clădirile de locuit executate în municipiul Iași în ultimele două decenii.

După o examinare detaliată a cîtorva mii de apartamente, construcțiile pe zidărie portantă au fost grupate (în funcție de conceptul structural, amplasament, numărul de nivele) în cinci categorii (dintre care trei sînt reprezentate în tabelul 1).

1°. În prima categorie s-a inclus cel mai mare număr de clădiri examinate. Structura de rezistență a acestor clădiri, de 5 nivele, este alcătuită din zidărie de cărămidă portantă cu pereți transversali și un perete longitudinal median, întrerupt în zona casei scării. Pereții nu sînt prevăzuți cu stîlpișori și centuri din beton armat. Planșeele sînt din fîșii prefabri-

cate iar terenul de fundare este constituit dintr-o argilă contractilă cu apa freatică, aproape de suprafață. Legătura între suprastructură și terenul de fundații s-a realizat prin fundații continue din beton simplu, cu două centuri din beton armat. Clădirile cu acest tip de structură au fost executate între anii 1962—1964.

Tabelul 1




Dispoziția pereților în plan și avariile caracteristice (figurate în elevații) după cutremurul din 4 martie 1977 sînt reprezentate în tabelul 1,1. La zidăria peretelui longitudinal, mișcările seismice au produs rupturi cu orientare orizontală, înclinată și verticală (tabelul 1,1*B*). În unele cazuri, la acești pereți, din cauza aderenței defectuoase de suport, tencuiala s-a desprins complet de zid. Fisurile și crăpăturile relevate au apărut, în mod regulat, prin rosturile zidăriei, dar, local, s-au constatat și fisuri prin cărămidă. La îmbinarea pereților transversali cu cei longitudinali s-au produs crăpături sau dislocări în secțiuni oblice, la 45° față de secțiunile orizontale, datorită tendințelor de forfecare a celor două ziduri. Avariile de acest tip au fost agravate de lipsa stîlpișorilor din beton armat de la intersecția acestor pereți.

Caracteristic pentru zidurile portante din fațade (tabelul 1,1*A* și *C*) sînt fisurile și crăpăturile încrucișate, în formă de X, la șpaleții dintre golurile de ferestre și fisurile înclinate (uneori orizontale) la parapeții acelorași goluri. Fisurile sau crăpăturile încrucișate au fost produse de carac-

terul alternativ al acțiunii seismice. Schema statică a funcționat asemănător în ambele sensuri.

În pereții de fațadă, unde golurile provoacă distorsiuni și concentrări de eforturi, este necesar (în zonele seismice) să se prevadă zidărie armată transversal.

La pereții transversali, în dreptul golurilor de uși sau ferestre (la capetele buiandrugilor) s-au relevat fisuri înclinate (tabelul 1,1*D*), iar la unele clădiri au apărut și în buiandrugi.

Apariția crăpăturilor, a dislocărilor înclinate sau verticale la îmbinarea pereților de umplutură cu cei portanți a scos în evidență conlucrarea, într-o măsură mai mare sau mai mică, a acestor pereți și disiparea unei părți din energia provocată de șocul seismic. Pereții de umplutură influențează comportarea în ansamblu a clădirii (funcție de pozarea lor rațională). De aceea, la refacerea și consolidarea clădirilor avariate, acești pereți trebuie refăcuți cu materiale de calitate ; de asemenea, se cer respectate indicațiile de legătură cu elementele portante ale clădirii.

Fisurile și crăpăturile apărute la parterul acestui tip de clădire se opresc la nivelul centurii superioare din beton armat a fundației.

În urma examinării detaliate a scărilor din beton armat monolit s-au observat fisuri la partea inferioară a rampelor, în zona îmbinării cu podestele, fapt ce conduce la recomandarea prevederii de scări cu grindă de podest și rigidizarea casei scării cu stîlpișori și centuri din beton armat.

2°. Cea de a doua categorie de clădiri examinate (tabelul 1,2) prezintă aceeași structură de rezistență ca și prima categorie, cu excepția unor deosebiri și anume : pereții portanți sînt rigidizați cu stîlpișori și centuri din beton armat (la unele clădiri acești stîlpișori au fost prevăzuți numai pe primele două nivele) ; terenul de fundare al acestor clădiri este un pămînt loessoid macroporic, avînd apa freatică aproximativ la adîncimea de 8 m.

Clădirile cu acest tip de structură au fost executate între anii 1964 — 1967.

Pereții longitudinali de fațadă (tabelul 1,2*A* și *C*), în urma șocului seismic, prezintă fisuri înclinate numai la parapeții de sub golurile de fereastră. Comportarea mai bună a zidăriei se datorește caroiajului de stîlpișori și centuri din beton armat pe toată înălțimea clădirii.

Privită comparativ cu prima categorie de clădiri examinate, zidăria peretelui longitudinal prezintă rupturile mai accentuate la etajele superioare (tabelul 1,2*B*), unde o parte din stîlpișori au fost întrerupți. La primele două nivele apar fisuri înclinate, care nu depășesc cadrul alcătuit de stîlpișori și centuri.

Comparînd cele două tipuri de clădiri (1° și 2°), se remarcă (la aceasta din urmă) influența pozitivă în comportarea antiseismică a amplasării stîlpișorilor și centurilor din beton armat ca elemente de legătură ale structurii din zidărie portantă.

3°. Această categorie de clădiri examinate (tabelul 1,3) are 5 nivele și prezintă o structură de rezistență, din pereți transversali și longitudinali, cu rigidități comparabile pe cele două direcții, cu stîlpișori și centuri din beton armat pe toată înălțimea clădirii.

Crăpăturile importante au fost localizate la casa scărilor, care realizează legătura între cele două tronsoane (în casa scării au fost relevate deopotrivă fisuri la buiandrugii din pereții longitudinali și transversali). În cazul acțiunii seismice, casa scării s-a comportat ca o legătură elastică între cele două tronsoane.

Analizînd în paralel cele trei tipuri de clădiri se observă că structurile cu un singur perete longitudinal interior de rezistență, neîncărcat și cu pereții transversali încărcați din planșee (tabelul 1,1 și 2), deci cu rigidități diferite pe cele două direcții, au suferit, în urma cutremurului, avarii mai pronunțate în raport cu cele cu rigidități comparabile pe cele două direcții (tabelul 1,3).

Pentru zonele seismice se recomandă clădiri cu structură din zidărie portantă cu rigidități comparabile pe cele două direcții și folosirea planșeelor cu descărcare pe ambele direcții.

În cazul clădirilor dreptunghiulare se va limita raportul între lungime și lățime, avînd în vedere faptul că tronsoanele lungi au fost afectate mai puternic de cutremur.

4°. O comportare bună la seismul din 4 martie au avut-o clădirile (construite în anii 1968—1970) cu ziduri portante transversale și longitudinale (întrerupte) rigidizate pe toată înălțimea cu stîlpișori și centuri din beton armat. La aceste clădiri de 5 nivele cu planșee din beton armat monolit s-au relevat: fisuri orizontale la pereții longitudinali, fisuri verticale sau înclinate la pereții transversali de rigidizare și fisuri orizontale (desprinderi) în pereții de umplutură.

5°. Clădirile cu 2 și 4 nivele, cu pereți transversali și longitudinali, cu rigidități comparabile pe cele două direcții, cu planșee și centuri din beton armat (nu au stîlpișori din beton armat), executate între anii 1950—1955, s-au comportat satisfăcător la cutremur. Fisurile relevate au fost, în general, locale, în special la buiandrugii de la casa scării și parapete.

Comparînd comportarea a două tipuri de clădiri cu aceeași structură de rezistență, amplasate pe terenuri de fundare diferite, s-a constatat că avariile mai pronunțate au apărut acolo unde apa freatică a fost mai aproape de suprafață (șesul Bahluiului).

S-a observat deopotrivă buna comportare la seism a fundațiilor continue din beton simplu, prevăzute cu două centuri din beton armat (în scopul repartizării efectelor unor eventuale tasări diferențiale din terenurile loessoide sau argile contractile).

La majoritatea clădirilor la care rosturile de dilatație sau tasare au fost prea mici sau tratate necorespunzător, în urma ciocnirii tronsoanelor în timpul cutremurului s-au constatat avarii locale.

#### 4.2. Clădiri vechi

Clădirile cu structură din zidărie portantă, construite înainte de 1940, au un regim de înălțime în general de 2 nivele (mai rar, 3 și 4 nivele), planșee pe grinzi de lemn sau grinzi metalice cu bolțișoare, planșee din bolți de cărămidă, șarpantă din lemn ecarisat, iar fundațiile, în marea majoritate, din piatră.

La aceste clădiri, efectele cutremurului din 4 martie 1977 s-au adăugat celor provocate de cutremurele anterioare (în special cel din noiembrie 1940), de incendii și de război, efecte ce nu au fost remediate conform tuturor normelor tehnice. În cazul acestor clădiri nu s-a ținut seama de prevederi antiseismice.

Avariile după cutremur (unele foarte pronunțate) au fost cele caracteristice structurilor pe zidărie portantă. Pereții de fațadă, portanți, la majoritatea clădirilor, au prezentat fisuri și crăpături înclinate la parapeții ferestrelor sau chiar forfecări ale întregului perete, după secțiuni a căror dezvoltare a fost determinată de poziția golurilor. La aceste clădiri vechi, realizate din mortare slabe și cu planșee de lemn fără centuri, s-au produs, în foarte multe cazuri, dislocări în secțiuni verticale, pe toată înălțimea pereților (fig. 1). Partea superioară a acestor ziduri — cornișele, uneori cu profile ornamentale, a înregistrat fisuri și dislocări datorită insuficienței sau chiar a lipsei ancorării. Uneori aceste dislocări au fost produse de rezemarea unor porticuri greoaie, care, la acțiunea seismică din 4 martie au provocat rupturi, ca aceea din fig. 2. Avariile în interiorul clădirilor vechi sînt, în general, mai mari decît cele vizibile din exterior. Acest aspect face ca examinarea, exclusiv din exterior, a clădirilor, să fie superficială și neconcludentă. În fig. 3 se exemplifică defectuoasa comportare a buiandrugilor din bolțișoare de cărămidă dispuși deasupra golurilor de uși.

Clădirile vechi care au beneficiat de reparații capitale fiind prevăzute cu planșee, centuri și stîlpișori din beton armat monolit, la acțiunea seismică au păstrat un echilibru bun, de ansamblu, al construcțiilor.

#### 4.3. Edificii de cult; monumente istorice

Edificiile de cult, cu valoare istorică și artistică, din municipiul Iași, au structura de rezistență alcătuită din zidărie portantă de cărămidă sau piatră, cu arce și bolți din cărămidă pe fundații din piatră, cu șarpantă din lemn și învelitoare din tablă. Vechimea acestor edificii este cuprinsă între 50 și 300 de ani. Ca alcătuire în plan, majoritatea se prezintă sub forma consacrată : biserică —navă, uneori sub formă de cruce greacă, cu turnul —clopotniță amplasat peste pridvor, pe axul longitudinal E —V ; unele edificii sînt prevăzute cu turle (în general, pe naos).

Se remarcă intervențiile în timp ale beneficiarilor de folosință : consolidarea superficială și sumară a degradărilor suferite în timp sau a celor provocate de seismele precedente (fig. 4), modificări de partiu prin închideri de goluri și crearea altora, adaosuri de pridvoare și alte anexe. Caracteristicile de rezistență ale cărămizii (sau ale pietrei) și ale mortarului acestor edificii sînt influențate de evoluția specifică îmbătrînirii lor, datorită acțiunii îndelungate a agenților atmosferici (ciclurile îngheț —dezgheț, umiditate etc.), a agenților biologici (mucegai) și a agenților dinamici (vibrații, șocuri).

În ultima perioadă, la unele edificii de cult și la monumentele istorice, introducerea instalațiilor de iluminat a implicat crearea de trasee și străpungeri neraționale în structura de rezistență, fapt ce a condus la slăbirea acesteia.

Fig. 1. — Dislocare verticală produsă la intersecția a doi pereți portanți.

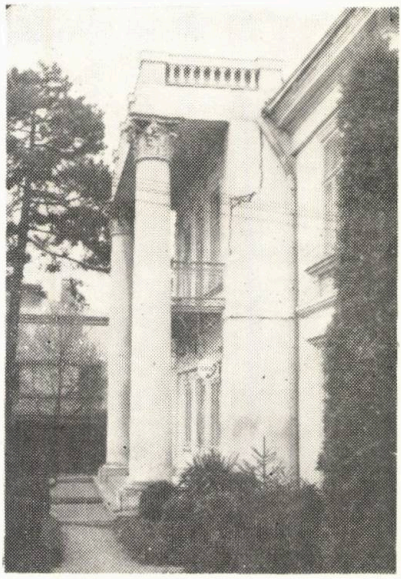


Fig. 2. — Ruptură în pilastru de zidărie, pe care reazemă un portic din beton armat.

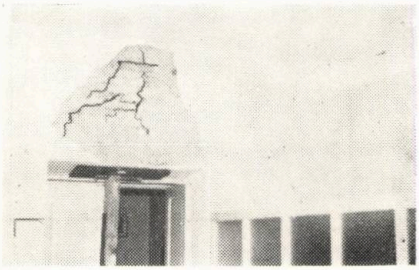


Fig. 3.— Comportarea defectuoasă la cutremur a buiandrugilor din bolțișoare.

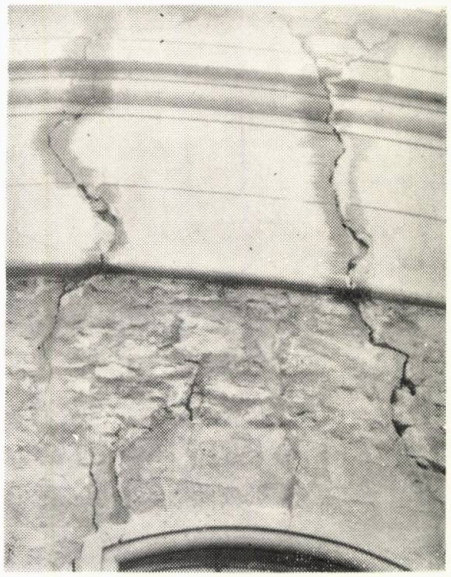


Fig. 4. — Redeschiderea unor fisuri provocate de cutremurul din noiembrie 1940.

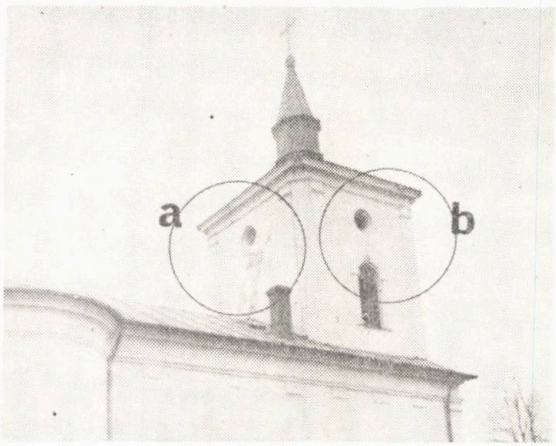



Fig. 5. — Deteriorări la zidurile de cărămidă ale turnului.

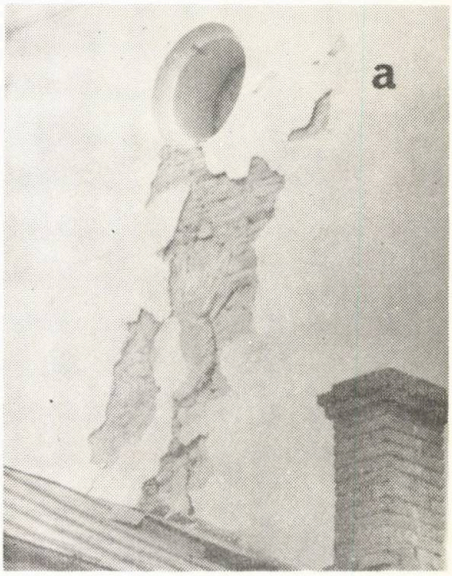
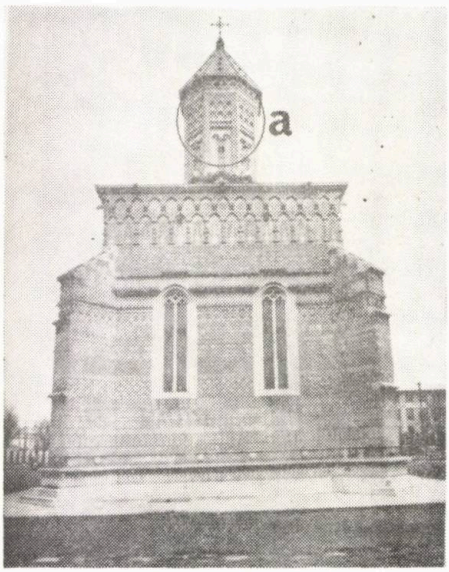



Fig. 6. — Detaliu de avariere (din fig. 5) a zidăriei turnului în dreptul golurilor.



*a* *b*

Fig. 7. — Forfecarea turlei la biserica „Trei Ierarhi"; *b* — detaliu turlă.

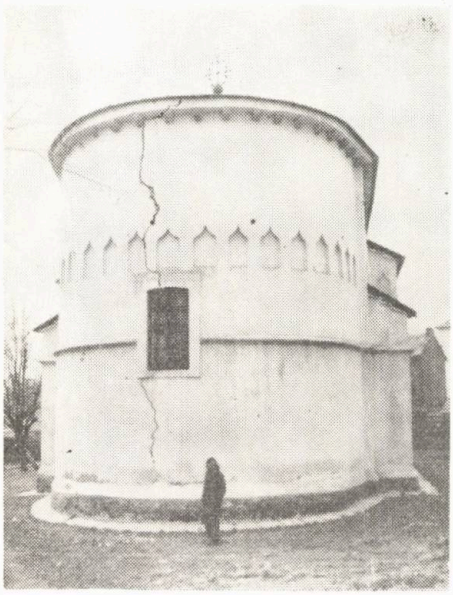


Fig. 8. — Crăpătură verticală mai pronunțată la cornișă, pe axa E—V a edificiului.

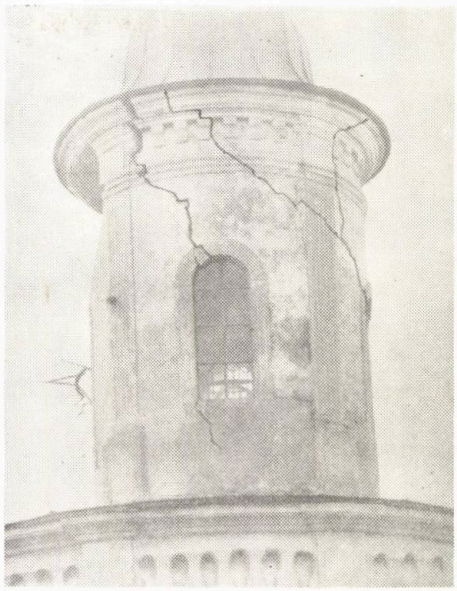


Fig. 9. — Direcția fisurilor (la turlele circulare); fenomenul de răsucire.

Fig. 10. — Fisura (văzută din interior) a turlei forfecate la biserica „Trei Ierarhi".

Cutremurul din 4 martie 1977 a provocat avarierea edificiilor în discuție. Vom menționa cîteva dintre cele mai caracteristice avarii suferite de aceste edificii:

a) Desprinderea turnurilor de corpul bisericiilor (elemente cu volume diferite), pusă în evidență prin crăpături sau fisuri verticale între pridvor și pronaos, ori prin fisurarea bolților pronaosului.

b) Deteriorări deosebit de pronunțate la zidurile turnurilor, manifestate prin crăpături și dislocări (fig. 5 ... 7) ale zidăriei în dreptul golurilor, pe cele două direcții se datoresc deopotrivă ciocnirii structurii greoaie a scheletului de susținere a clopotelor cu pereții turnurilor. La turnurile de formă circulară, direcția fisurilor indică fenomenul de răsucire.

c) În corpul edificiilor de cult (pronaos, naos, absida altarului) s-au produs fisuri și chiar dislocări locale în arce și bolți (cupole), care, prin împingeri laterale, au provocat deplasarea zidurilor; aceste fisuri și dislocări sînt concretizate prin crăpături verticale (uneori amplasate în preajma elementelor care preiau împingeri — pilaștri, contraforți). Crăpăturile verticale sînt mai pronunțate la partea superioară, lîngă cornișă, datorită lipsei centurii de legătură, continuîndu-se pînă la fundații (fig. 8).

La monumentele istorice cu turle se remarcă o accentuare vădită a efectelor seismului din 4 martie, cauzată de conlucrarea defectuoasă a corpului rigid al navei cu turlele; s-au produs chiar dislocări locale ale pereților turlei (fig. 9). Acestei cauze i se adaugă și modul de descărcare în trepte a turlei pe bolți, arce și pereți (fig. 10).

Detaliile comportării materialelor și a construcțiilor pe structură din zidărie portantă la seismul din 4 martie 1977, expuse în această lucrare, urmăresc să întregească imaginea reacției antiseismice a zidăriei de cărămidă, element de construcții eterogen.

*Primită la 17 iunie 1978*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mecanica construcțiilor*
*și*
*Catedra de construcții civile și industriale*

## BIBLIOGRAFIE

1. Aur V. și colab., *Referat preliminar privind efectele cutremurului din 4 martie 1977 la structurile de zidărie portantă din orașul Iași* (material nepublicat).
2. Beleș A., Ifrim M., *Elemente de seismologie inginerească*. Ed. Tehn., Buc., 1962.
3. Ciornei Al. și colab., *Referat preliminar privind efectele cutremurului din 4 martie asupra edificiilor de cult din orașul Iași* (material nepublicat).
4. Cișmigiu Al., *Efectele cutremurului de la Skoplje asupra construcțiilor. Prezentare preliminară* (I). Rev. Constr. și mater. de constr., *4* (1964).
5. Cișmigiu Al., Țițaru, E., *Efectele cutremurului de la Skoplje asupra construcțiilor. Prezentare preliminară* (II). Rev. Constr. și mater. de constr., *5* (1964).
6. Hangan M., *Căderea unui bloc de locuințe cu schelet de beton armat, la București, în timpul cutremurului din anul 1940*. Bul. șt., Inst. constr., Buc., *10* (1963).
7. Ifrim M., *Analiza dinamică a structurilor și inginerie seismică*. EDP, Buc., 1976.
8. Negoiță Al. și colab., *Îndrumător pentru calculul construcțiilor în zone seismice*. Vol. I, Inst. polit., Iași, 1974.
9. Negoiță Al. și colab., *Construcții civile*. EDP, Buc., 1976.
10. Pasta A., *Problemi di restauro in zona seismica*. L'industria delle Costruzioni, *1*, 12—31 (1977).

## LE COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX ET DES CONSTRUCTIONS DE MAÇONNERIE PORTANTE AUX ACTIONS SÉISMIQUES DANS LE MUNICIPE DE JASSY

(Résumé)

Par rapport au total des bâtiments, les constructions de maçonnerie portante ont un important poids dans la zone du municipe de Jassy.

On présente l'analyse des conséquences du tremblement de terre de 4 mars 1977, effectuée sur quelques milles d'appartements construits dans les dernières décennies, sur des anciens bâtiments, des monuments historiques et de culte.

Le but de la description du comportement des constructions à structure de maçonnerie portante pendant le tremblement de terre est de compléter l'image de la réaction antiséismique de ces éléments.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.9

# SOLUȚII PRIVIND RIDICAREA CAPACITĂȚII PORTANTE A UNEI HALE DE TURNĂTORIE

DE

DAN PRECUPANU, I. DUMITRESCU și RUDOLF MÜHLBÄCHER

1. Modernizarea procesului de producție și ridicarea capacității de exploatare au reprezentat factorii principali care au impus reanaliza capacității portante a halei turnătoriei de fontă de la I.M.B., Iași.

Structura de rezistență a acestei hale, concepută și realizată în întregime din beton armat, se prezintă sub forma unui cadru transversal cu o singură deschidere și un nivel capabil să preia sarcina din exploatarea unei grinzi rulante de 3 tf (fig. 1). Închiderea halei este realizată cu zidărie de cărămidă prinsă într-un schelet de beton armat legat de cadrul transversal curent.

Reanalizînd starea de tensiune în structură, în condițiile montării unui nou utilaj de ridicare și transport — convoiul de sarcini (fig. 2), care urma să fie folosit într-un regim de lucru mult mai intens și cu eventuala păstrare a utilajului existent, s-a constatat că o serie de elemente structurale existente (grinda de rulare, stîlpul și consola de prindere a grinzii de stîlp) trebuiau redimensionate pentru noua capacitate. În acest sens s-au studiat, în principiu, două căi de soluționare:

a) Renunțarea totală la grinda de rulare existentă și execuția unei noi grinzi care să fie susținută pe stîlpi independenți sau legați de cadrul transversal existent.

b) Păstrarea grinzii de rulare existente și consolidarea ei ca și a celorlalte elemente supraîncărcate.

La stabilirea soluției de ridicare a capacității de rezistență a structurii existente trebuia să se țină seama și de următorii factori esențiali:

a) Noul pod rulant prezenta o dezaxare de 15 cm spre exterior față de axa căii de rulare existente,

b) Beneficiarul punea la dispoziție elemente metalice cu secțiunea reprezentată în fig. 3 și lungimea egală cu dublul traveei halei.

2. În aceste condiții, din analiza celor două variante a rezultat că soluția optimă o constituie păstrarea în întregime a tuturor elementelor structurale și consolidarea cu elemente metalice a părților din structură

supraîncărcate, menționate anterior. În cadrul acestei soluții au fost analizate mai multe variante de detaliu privitoare la grinda de rulare și anume :

1. Dispunerea grinzii metalice de consolidare alăturat cu grinda de beton armat existentă, traversele căii de rulare avînd și rolul de a transmite direct acțiunea podului, atît grinzii metalice cît și grinzii de beton armat (fig. 4).

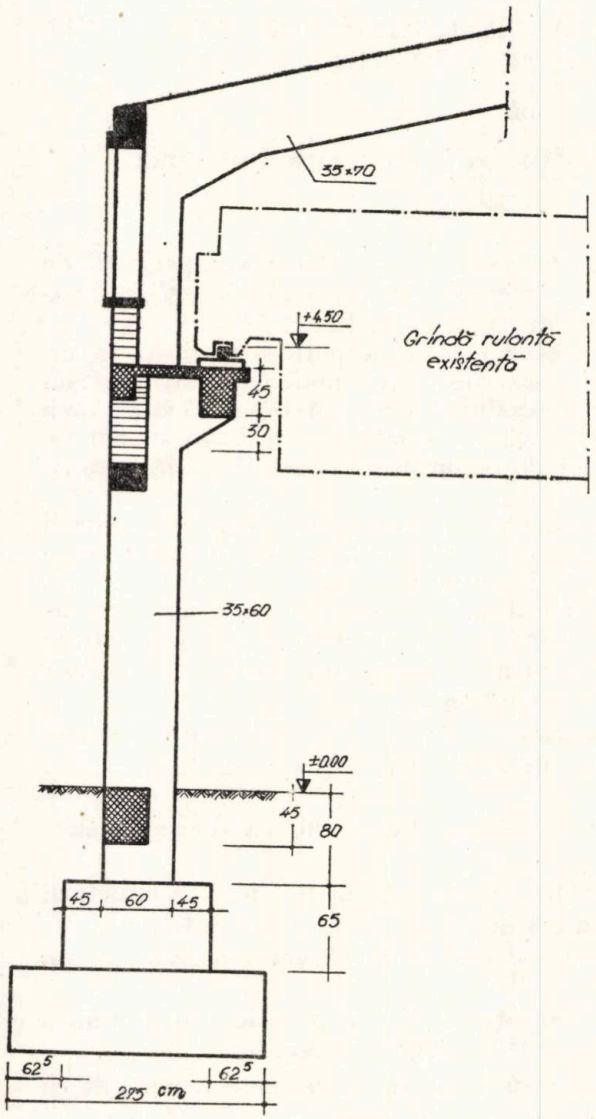



Fig. 1

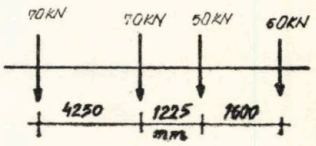



Fig. 2

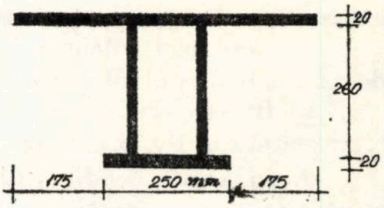



Fig. 3

Soluţia ar fi necesitat executarea suplimentară a unor distanţieri metalici, sudarea lor pe grindă şi ridicarea întregului ansamblu sub structura de beton armat existentă.

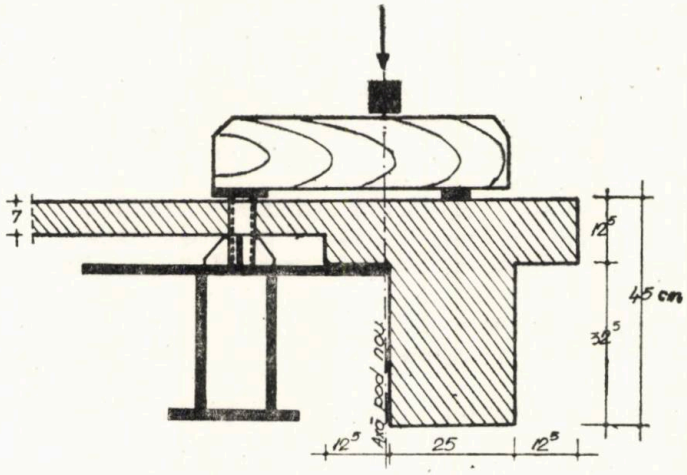



Fig. 4

2. Aşezarea grinzii metalice sub grinda de beton armat existentă, pe axa noului pod rulant, sarcinile urmînd a fi transmise grinzii de consolidare prin intermediul unor distanţieri metalici (fig. 5).

Soluţia, din punct de vedere al realizării constructive a ansamblului metalic, este asemănătoare cu cea anterioară, dar conduce la o centrare a grinzii de consolidare.

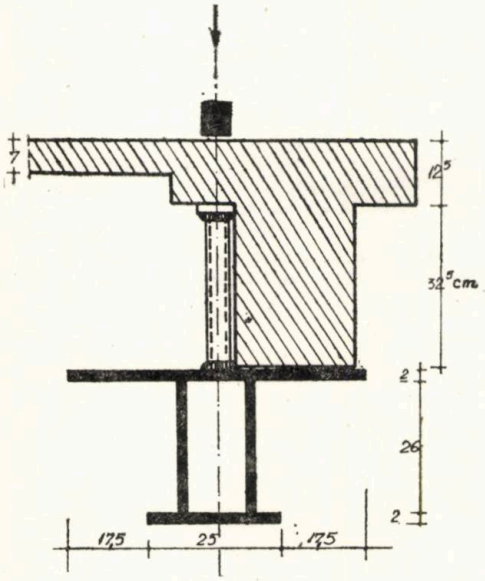



Fig. 5

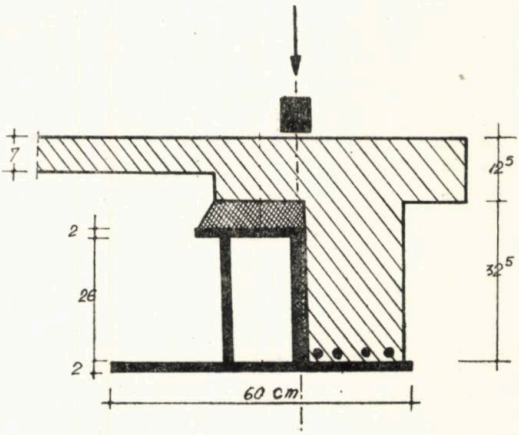



Fig. 6

3. Dispunerea alăturată a celor două grinzi, metalice și de beton armat și încadrarea lor într-o structură mixtă, calea de rulare fiind așezată direct la fața superioară a grinzii existente (fig. 6). În acest caz între secțiunea metalică și cea de beton armat se realizează, prin sudură, o legătură directă pe toată suprafața de contact.

O serie de alte variante au fost eliminate datorită dezavantajelor pe care le prezentau, fie pentru exploatarea halei, fie pentru procesul tehnologic de consolidare.

3. Din analiza comparativă a variantelor s-a adoptat soluția din fig. 6, cu următoarele avantaje esențiale:

a) Structura mixtă oțel—beton armat are capacitatea portantă cea mai ridicată și prezintă o bună centrare față de convoiul de sarcini.

b) Tensiunile efective în această structură au rezultate deosebit de avantajoase, obținîndu-se o reducere a eforturilor unitare de întindere în grinda de beton armat, o majorare admisibilă a acestora din zona comprimată ($\sigma_{beton} = -33{,}3$ daN/cm$^2$) și o folosire rațională a tălpii întinse a grinzii metalice.

c) Execuția este simplă, suficient de rapidă iar lucrările suplimentare de construcții metalice sînt cu totul reduse.

d) Se păstrează înălțimea liberă a halei sub grinda de rulare.

e) Se coboară cota șinii de rulare (față de varianta din fig. 4), ceea ce permite montarea noului pod rulant — cu gabarit sporit — în gabaritul liber existent al halei.

*Primită la 30 martie 1978*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de mecanica construcțiilor,*
*Catedra de construcții civile și industriale*
*și*
*Catedra de căi de comunicații și fundații*

## SOLUTIONS CONCERNANT L'AUGMENTATION DE LA CAPACITÉ PORTANTE D'UNE HALLE INDUSTRIELLE

(Résumé)

On présente quelques solutions concernant l'augmentation de la capacité portante d'une poutre en béton armé en employant des éléments métalliques ayant une certaine section. L'analyse effectuée permet à constater que la solution optimum est obtenue en disposant à côté de la poutre de béton armé une autre poutre, métallique, d'une telle manière que la semelle inférieure de la poutre en acier comprenne la face inférieure de la poutre de béton armé. On réalise une liaison par soudure entre les deux poutres en obtenant un élément mixte d'acier et de béton armé.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 624.2

# EXPERIMENTELLE STUDIEN VON VERBUNDBRÜCKENGROSSMODELLEN MIT LEICHTBETONPLATTEN

VON

CHIMON CAPATU, RUDOLF MÜHLBÄCHER, N. BENCHEA, FLORIN VARLAM, C. JANTEA, GABRIEL AXINTE und TEODOR BROŞTEANU

## 1. Zweck der Studien

Für die Einführung in die Praktik der Eisenbahn- und Straßenbrücken des Verbundbaues mit vorgefertigten Leichtbetonplatten wurden theoretische und experimentelle Studien im Rahmen eines wissenschaftlichen Kontraktes mit dem Ministerium für Transport und Fernmeldewesen durchgeführt.

Bei Verwendung der Verbundüberbauten mit Bettung können bei Eisenbahnbrücken folgende Vorteile erziehlt werden : a) Herabsetzung des Stahlgewichtes im Vergleich zu Stahlüberbauten über 20 % ; b) Herstellung der Kontinuität des Oberbaus in laufender Strecke und auf der Brücke ; c) Ermöglichung des Befahrens mit den schweren Oberbaubearbeitungsmaschinen ; d) Vorfertigung des gesamten Tragwerkes ; e) Herabsetzung des Eigengewichtes durch Verwendung des Leichtbetons ; f) Herabsetzung des Gesamtpreises.

## 2. Experimentelles Programm

Gleichzeitig mit den theoretischen Studien für die Verifizierung der Annahmen und der vorgeschlagenen Bemessungsmethoden [1] ... [3] wurden vielseitige experimentelle Studien durchgeführt, wobei Scherproben (push-out) und Großmodelle verwendet wurden. Die experimentellen Studien verfolgten das Verhalten der Scherproben (Abb. 1) und der Großmodelle von Verbundbrückenüberbauten (Maßstab 1 : 4 — Abb. 2) und Maßstab 1 : 2 — Abb. 3) unter statischer und dynamischer Belastung. Des weiteren sind experimentelle Studien an Hand eines Prototyps unter Eisenbahnverkehr vorgesehen.

In Tabelle 1 wird die Zusammenstellung der dem Versuch unterworfenen Elemente, sowie der bei den Versuchen verfolgte Zweck angegeben.

Aus Tabelle 1 ist ersichtlich, daß insgesammt 36 Scherproben und 13 Großmodelle statisch und dynamisch untersucht worden sind. In Betracht des großbemessenen Untersuchungsprogramms folgt, daß die erhaltenen experimentellen Daten sowohl qualitative als auch quantitative Aufschlüsse bieten konnten.

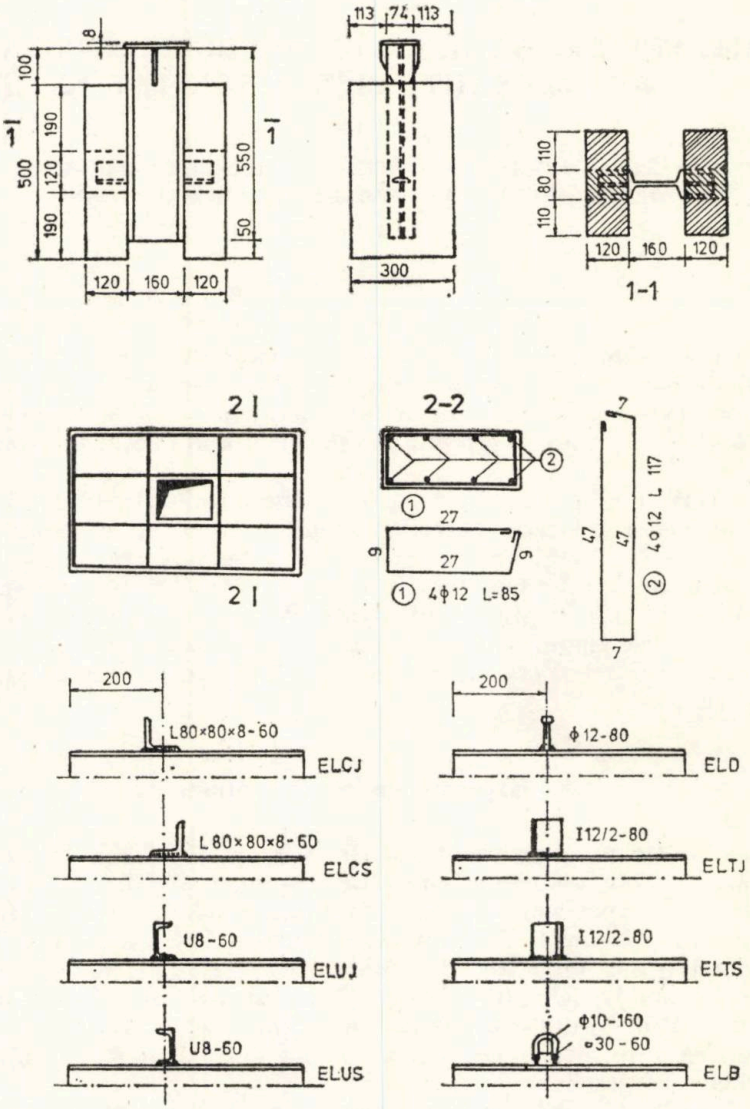



Abb. 1. — Zusammenstellung dem Versuch unterworfenen Scherproben.

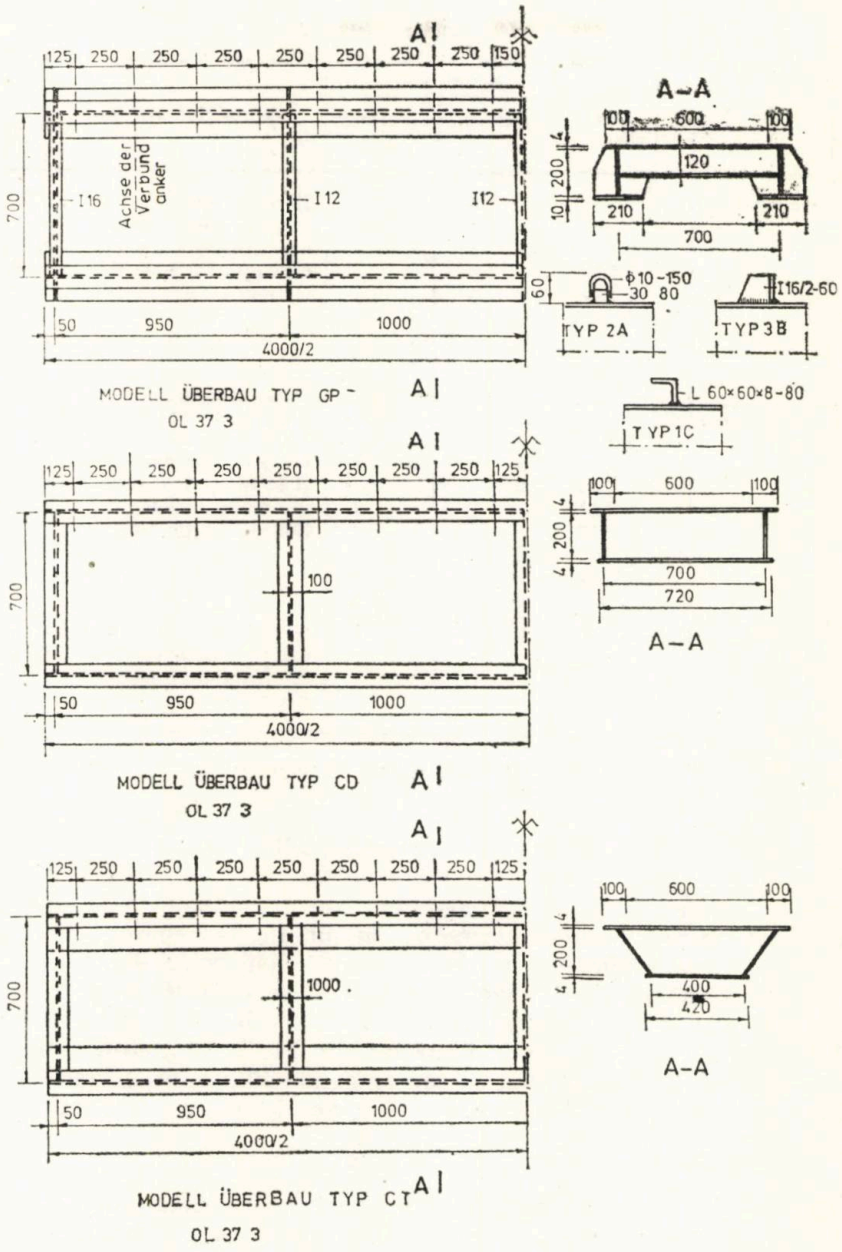



**Abb. 2. — Zusammenstellung dem statischen und dynamischen Versuch unterworfenen Großmodellen (Maßstab 1 : 4).**

Tabelle 1

*Untersuchte Elemente*

| Nr. | Typ des Elementes | Symbol des Elementes | Versuchsmethode | | Verfolgter Zweck | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | statisch Anz. | dynamisch Anz. | | |
| 1. | Scherproben | ELCJ | x 3 | — — | Bestimmung der zulässigen Dübelkraft unter statischer und dynamischer Belastung | s. Abb. 1 |
| | | ELCS | x 3 | — — | | |
| | | ELUJ | x 3 | x 4 | | |
| | | ELUS | x 3 | — — | | |
| | | ELD | x 3 | — — | | |
| | | ELTJ | x 3 | x 4 | | |
| | | ELTS | x 3 | — — | | |
| | | ELB | x 3 | x 4 | | |
| 2. | Brückenmodell M. 1 : 4 | GP1C | x 1 | — — | Untersuchung des Verhaltens unter statischer und dynamischer Belastung. Verifizierung der angenommen Berechnungshypothesen | s. Abb. 2 |
| | | GP2A | x 1 | x 1 | | |
| | | GP3B | x 1 | x 1 | | |
| | | CD1C | x 1 | — — | | |
| | | CD2A | — — | x 1 | | |
| | | CD3B | — — | x 1 | | |
| | | CT1C | x 1 | — — | | |
| | | CT2A | — — | x 1 | | |
| | | CT3A | x 1 | x 1 | | |
| 3. | Brückenmodell M. 1 : 2 | GP3B*) | x 1 | x 1 | Dto. Pkt. 2 + Verhalten der starren Dübel mit runden Plattenaussparrungen | s. Abb. 3 |

*) Das gleiche Großmodell wurde statisch und dynamisch untersucht.

## 3. Analyse der experimentellen Daten

Die erhaltenen Resultate ermöglichen die allgemeine Feststellung, daß die vorgeschlagenen Bemessungsmethoden für die Verbundüberbauten mit Leichtbetonfahrbahnplatte für Eisenbahnbrücken zufriedenstellend sind und daß die elektronische Berechnung [4] allen Einflüssen gerecht wird.

Auf Grund der Spannungsmessungen in der Betonplatte, konnte man feststellen, daß die mittragende Plattenbreite für Leichtbeton geringer als für Normalbeton ist. Falls man die mittragende Plattenbreite als Funktion der Plattendicke ausdrückt, erhält man eine Beziehung folgender Form:

$$b = b_1 + \alpha h_p \,, \tag{1}$$

wobei: $b$ — die mittragende Plattenbreite für Leichtbetonplatten; $b_1$ — die Breite des Obergurtes des Stahlhauptträgers; $h_p$ — die Leichtbetonplattendicke; $\alpha$ — experimenteller Faktor (6,5 ... 7,5), Mittelwert 7,0, ist.

Berechnet man die Spannungsverteilung im elastischen Bereich, auf Grund der obengenannten Formel, so konnte man eine sehr gute Übereinstimmung der gemessenen und der berechneten Spannungswerte feststellen (Abweichungen $\pm$ 3%).

Bei der Belastung mit exzentrischem Lastangriff bezüglich der Längsachse der Modelle, konnte man die vorteilhafte Lastverteilung feststellen, auf Grund der Existenz der lastverteilenden Betonplatte [3], [5].

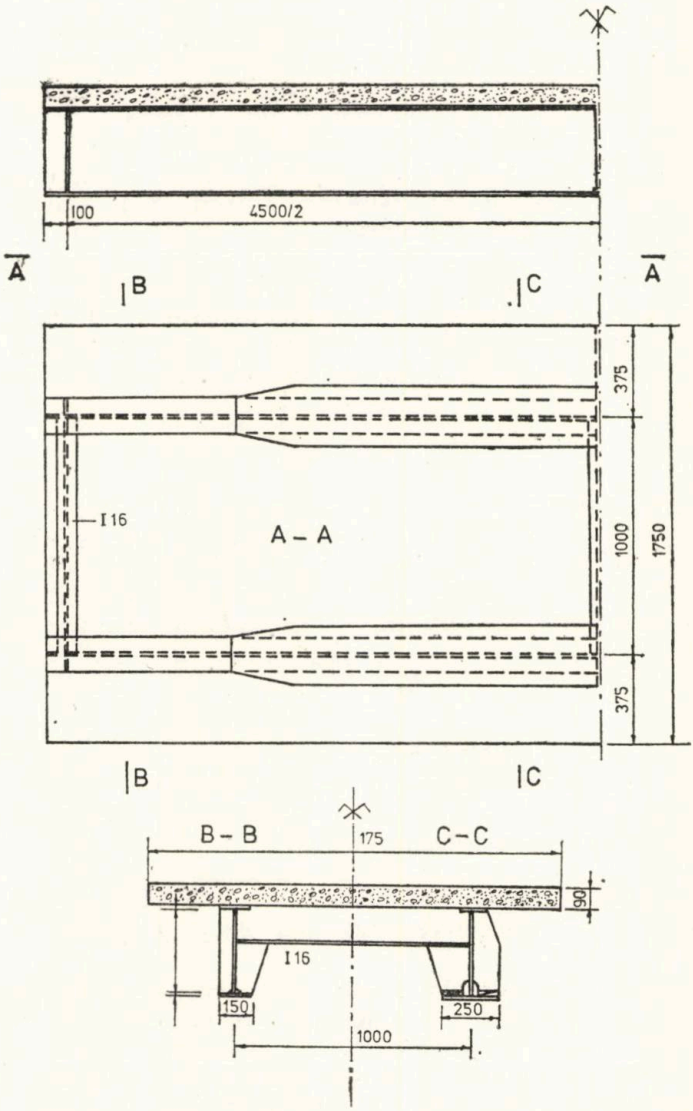



Abb. 3. — Großmodell für eine Eisenbahnverbundbrücke mit Bettung (Maßstab 1 : 2).

Man konnte die sehr gute Übereinstimmung der gemessenen und berechneten elastischen Durchbiegungen beobachten (Abweichungen unter $\pm$ 3%) genau so wie bei den Spannungen.

Bei den Großmodellen mit Hohlquerschnitt (Typ CD und CT), wegen dem Fehlen der durchlaufenden Längssteifen im Bereich des Untergurtes

konnte man lokale Beulerscheinungen beobachten, was zum herabsetzen der Tragkraft führte, da nur ein Teil des Querschnittes aktiv war. Bei diesen Typen ist die Lastquerverteilung bedeutend höher als bei offenen Querschnitten (Typ GP).

Bei den dynamischen Messungen konnte man eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten und gemessenen dynamischen Durchbiegungen finden, wobei die Modelle als Systeme mit einem Freiheitsgrad angenommen wurden (Abweichungen unter $\pm$ 2%).

Für das Studium der Verbunddübel wurden Versuche mit Scherproben unter statischer und dynamischer Belastung ausgeführt und experimentell die zulässigen Dübelkräfte ermittelt. Man konnte eine Verkleinerung der zulässigen Dübelkräfte von rd. 25% unter dynamischer Belastung feststellen, sodaß für die Berechnung der zulässigen Dübelkräfte die gleichen Formeln für statische und dynamische Beanspruchung vorgeschlagen wurden, aber mit geändertem experimentell ermittelten Koeffizienten. Ein gutes Tragverhalten zeigten die starren Dübel mit T und TT-Querschnitt. Für solche, für die Berechnung der Dübelkraft, wurde die Gleichung der Form:

$$P^{\text{lim}} = \beta a b \sqrt{R_{\text{cub}}} \,, \tag{2}$$

vorgeschlagen, wobei: $P^{\text{lim}}$ — Grenzdübelkraft, [daN]; $a$ — Höhe des Dübels, [cm]; $b$ — Breite des Dübels, [cm]; $R_{\text{cub}}$ — Würfelfestigkeit des Betons, [daN/cm$^2$]; $\beta$ — experimenteller Koeffizient ($\beta = 16$ für statische und $\beta = 12$ für dynamische Beanspruchung, darstellen).

Damit kann man die zulässige Dübelkraft mit der Gleichung:

$$L_a = \frac{P^{\text{lim}}}{c} \,, \tag{3}$$

berechnen, wobei $c$ ein Sicherheitsfaktor darstellt, welcher 2,5 für statische und 3,0 für dynamische Beanspruchung zu setzen ist.

Diese Gleichungen sind für eine gleichmässige Dübelverteilung längs des Verbundträgers anwendbar.

## 4. Schlußfolgerungen und Empfehlungen

Auf Grund der Versuche unter statischer und dynamischer Belastung von Scherproben und Verbundbrückengroßmodellen konnte man folgende Schlußfolgerungen ziehen:

a) Man konnte ein sehr gutes Verhalten der Modelle unter statischer und dynamischer Belastung feststellen. Es treten keine Abweichungen von dem linear-elastischen Verhalten bis zur zulässigen Belastung, nicht einmal nach $2.10^6$ dynamischen Belastungsspielen auf, sodaß die Berechnung im elastischen Bereich als realistisch anzusehen ist.

b) Auf Grunde der zweckmässigen Auslegung der vorgefertigten Leichtbetonplatten, zweckmässiger Querbebewehrung in der Zone der Verdübelungen, Vorsehen von runden Aussparrungen in der Betonplatte im Dübelbereich, konnte das Reissen der Platten bis zur zulässigen Belas-

tung bei statischen und dynamischen Beanspruchungen gänzlich ausgeschaltet werden.

c) Das Monolithisieren der Fugen mit gewöhnlichem Beton, der gleichen Festigkeit des Betons der Platten, führte zu guten Resultaten.

d) Die zweckmässige Formgebung und Bewehrung der Querfugen führte auch hier zum Ausschalten der Rissgefahr.

e) Man konnte keine nachteiligen Effekte des Schwindens des Monolitisierungsbetons feststellen, sodaß das Verwenden der vorgefertigten Betonplatten vorteilhaft ist.

f) Man konnte feststellen, daß die starren Dübel im Falle der vorgefertigten Leichtbetonplatten zu guten Resultaten führten, wobei die remanenten Verschiebungen, auch nach $2.10^5$ Lastspielen sehr klein blieben (unter 0,02 mm).

g) Der Leichtbeton kann zweckmässig für dynamisch beanspruchte Tragwerke verwendet werden. Die Verwendung des Leichtbetons ist dann vorteilhaft, wenn man die ständigen Lasten dadurch herabsetzen kann, oder im Falle des Fehlens der natürlichen Zuschlagstoffe.

*Eingegangen am 3. Mai 1978*

*Technische Hochschule, Jassy,*
*Lehrstuhl für Verkehrswege und Gründungen*

## LITERATURVERZEICHNIS

1. Mühlbächer R., Ionescu C. D., Precupanu D., *Optimale Auslegung der Hauptträger von Verbundbrücken mit Leichtbetonfahrbahnplatte (I).* Bul. Inst. polit., Iași, XXII (XXVI), *1—2*, s. V, 51—56 (1976).
2. Mühlbächer R., Ionescu C. D., Precupanu D., Stanciu A., *Optimale Auslegung der Hauptträger von Verbundbrücken mit Leichtbetonfarhbahnplatte (II).* Bul. Inst. polit., Iași, XXII (XXVI), *3—4*, s. V, 19—26 (1976).
3. Mühlbächer R., *Contribuții la calculul și alcătuirea structurilor mixte din grinzi metalice și dală din beton ușor.* Dokt. Diss., Technische Hochschule, Jassy, 1975.
4. Dosa A., *Programe de calcul în construcții. GRIMIX.* Inst. polit., Iași, 1977.
5. Mühlbächer R., Capatu C., Benchea N., Varlam, F., Jantea, C., *Grossmodellversuche für Verbundbrücken mit Leichtbetonfahrbahnplatten.* Bul. Inst. polit. Iași, XXIII (XXVII), *1—2*, s. V, 43—48 (1977).

## STUDII EXPERIMENTALE PE MODELE MARI DE TABLIERE DE PODURI MIXTE CU PLĂCI DIN BETON UȘOR

(Rezumat)

Se prezintă programul experimental folosit la studiul suprastructurilor compuse oțel—beton pentru poduri de cale ferată cu dale prefabricate din beton ușor în regim static și dinamic de solicitare, indicîndu-se rezultatele principale obținute și concluziile rezultate în urma experimentărilor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 71

# MATHEMATICAL PREREQUISITES FOR URBAN MODELLING *)

BY

A. G. WILSON

## 1. The Range of Modelling Tasks

It should be emphasised at the outset that the range of tasks is wide, as is the associated range of mathematical methods for modelling. This paper, therefore, should be taken as illustrating this range rather than as comprehensive.

The objective is to show broadly the set of submodels which make up urban systems and the kinds of mathematical methods which have proved useful in modelling these. This forms the beginnings of a catalogue on which to structure some of the discussion at the conference. One scheme for classifying submodels is shown in Fig. 1 and this is largely self-explanatory.

Next, in order to structure the catalogue, it is useful to introduce a classification of systems due to W e a v e r. He uses three types : (a) simple — described by a small number of algebraic variables ; (b) of disorganised complexity — described by a large number of algebraic variables, perhaps thousands or millions, but whose components interact only weakly ; (c) of organised complexity — as (b), but with the possibility of strong interactions.

Type I — systems constituted the subject matter of science to the end of the nineteenth century ; type II — emerged with statistical mechanics and accounting methods around the turn of the century ; and type III — generate many of the problems of modern science. All three types are still relevant of course.

Urban modelling problems are rarely type I, except for some subsidiary relationships between variables. Broadly, it can be argued that, at least at certain levels of resolution, the population and transport systems on Fig. 1 are type II, while those concerned with economic activity are type III. This obviously says something rather strong about the kinds of mathematical methods which are appropriate for different subsystems : entropy maximising and accounting methods are for type II subsystems and a message that the fundamental problems are difficult for type III. These distinctions should become clearer as the discussion proceeds.

*) Presented at the Conference on The Mathematics of Urban Systems, The Institute of Mathematics and its Applications, at the University of Birmingham, 6th April, 1976.

It should be emphasised, at the outset, that the kinds of methods employed depend very much on the level of resolution which is adopted in relation to particular subsystems. Many systems which are deterministic at an aggregate level are stochastic at a micro level, for example. Failure to understand these basic distinctions sometimes results in rather muddled discussions about the relative merits of different model building techniques.

## 2. The Range of Theories and Methods

Most of the social sciences have some bearing on urban modelling: geography, economics, sociology and psychology for example, together with parts of disciplines such as civil engineering. This provides a corpus of basic theory (again at different levels of resolution) concerned with such things as central places, location of activities, interactions, networks, utility maximising in consumers behaviour, profit maximising in firms, class structures, choice and decision mechanisms and so on. The vast literature associated with these disciplines is the basis of much of the urban modellers work. For the purposes of this discussion, however, it seems best to concentrate on mathematical methods and styles, though perhaps to emphasise at the outset that it is often necessary to integrate different styles and to adapt them to allow for the messiness of the real urban world. So the discussion as presented will probably sound much neater than it really is.

A tremendous amount of progress can be made with elementary mathematics (and the sometimes untrivial problem of deciding how to describe a system algebraically), covering basic algebra, geometry and much of set theory. Secondly, I would identify the methods of matrix algebra, which in urban modelling are often associated with accounting concepts. Thirdly, there is a broad class of optimisation methods of obvious importance. And fourthly and finally (so as not to have too many subdivisions at this stage) I identify the methods associated with dynamical analysis. I am tempted to take network analysis as a separate category, but I will include this under optimising methods. Examples of models and modelling problems are now presented under each of these *methods* headings in turn as a means of structuring this catalogue of mathematical prerequisites.

## 3. Elementary Algebra and System Description

Algebraic variables can sometimes be used directly to describe properties of system components. For example, at a micro level of resolution, variables may describe an individual's properties, say $x_1$, $x_2$, ..., $x_m$ and those of his environment $y_1$, $y_2$, ..., $y_n$. $m$ and $n$ will usually be taken to be small and a simple W e a v e r-I model will be developed relating these variables.

More commonly, there is an implicit set-theoretic basis for variable definition. Indices $i$, $j$, $k$, ... are introduced to label properties of comnents, and variables such as $x_{ijk}$, ... are taken as the number of system

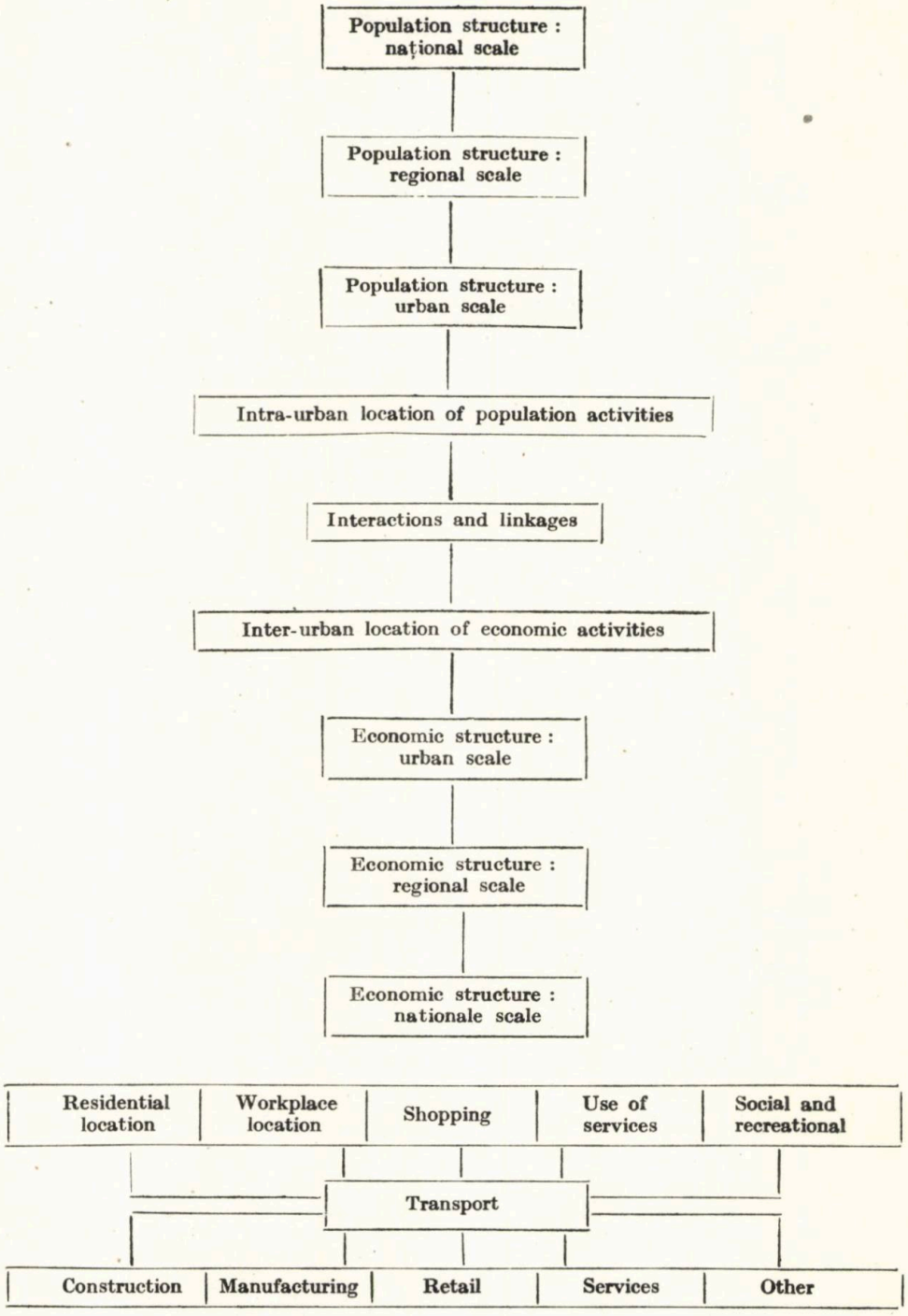

Population structure : national scale
Population structure : regional scale
Population structure : urban scale
Intra-urban location of population activities
Interactions and linkages
Inter-urban location of economic activities
Economic structure : urban scale
Economic structure : regional scale
Economic structure : nationale scale
Residential location
Workplace location
Shopping
Use of services
Social and recreational
Transport
Construction
Manufacturing
Retail
Services
Other

Fig. 1

components with properties $i, j, k$. This is an efficient method for systems with large numbers of components characterised by a relatively small number of properties. Other procedures have to be sought for complicated systems where these conditions are infringed or the arrays largely contain empty cells.

It should perhaps also be noted that elementary geometry plays a role in modelling. Central place theory in geography for example, is based on the result that the most efficient way of covering space with non-overlapping areas is with hexagons.

However, algebra on the whole is more general and powerful. Many of the models in use can be stated in terms of elementary algebra even if more advanced mathematics is needed for their derivation or justification and this provides some kind of access to these models for those with only an elementary mathematical education. It also turns out that there are difficult problems at this level: for example the relationship between algebraic models of the same system at different levels of resolution. What are the conditions under which the finer level model can be aggregated explicitly to the coarser ? So although most of this kind of mathematics is particularly elementary to the professional mathematician, it is the „bread and butter" of many modellers.

## 4. Matrix Algebra and Accounting

It is already clear from the common use of the $x_{ijk}$, ... kind of variable, that many arrays are defined in urban modelling and that matrix algebra is likely to be important. This turns out particularly to be the case when the arrays are accounts : the transitions of some set of system components are accounted for in time, over space, between sectors, or a combination of these. For example $K^{ij}$ may be the number of people living in region $i$ at time $t$ and region $j$ at time $t + T$ ; $T_{ij}$ may be the number of people who travel to work from $i$ to $j$ each day ; $Z^{mn}$ may be the flow of goods from industrial sector in to sector $n$ during some production period ; $x^{ij}_{mn}$ — the flow of goods from sector $m$ in $i$ to $n$ in $j$ combines spatial and sectoral accounting.

Once flows have been identified, average transition rates can be computed. This leads to models of the form

$$[w(t + T)] = [G][w(t)], \tag{1}$$

where the $[w]$'s are population vectors and $[G]$ one such matrix, or

$$[x] = [I - a]^{-1}[y], \tag{2}$$

where $[y]$ is some „dividing" vector, $[x]$ — total product, $[a]$ — a matrix of transition, $[I]$ — the unit matrix and $[I - a]^{-1}$ a Leontief input — output matrix. These are Weaver II average rate models. Spatial accounting is dealt with rather differently and is more appropriate to the next section.

The usual apparatus of matrix algebra is then available. If $[G]$ is constant in (1) for example, its eigenvectors will be the stationary states

of the system. However, this is a useful point to indicate the messiness of the real world. When (1) is used, the elements of $[G]$ are not constant and not even Markovian; nor can they all be calculated from data. This forces the modeller to deal with „missing information" problems and to find ways of building non-Markovian dynamic models based on equation (1). He must not be seduced by eigenvalues .

This is also an appropriate section to note the development of a piece of mathematics which may well have been generated within urban modelling. It often arises that there is some kind of rough estimate of a matrix, say $F_{ij}$, whose row and column totals do not conform to the known marginals, say $X_i$ and $Y_j$. How does one use the marginal information to improve the estimate ? The answer is

$$\hat{F}_{ij} = A_i B_j F_{ij}, \tag{3}$$

where

$$A_i = \frac{X_i}{\sum_j B_j F_{ij}} \tag{4}$$

and

$$B_j = \frac{Y_j}{\sum_i A_i F_{ij}}. \tag{5}$$

The sets of equations (4) and (5) have to be solved iteratively and substantial results have been proved on the convergence and uniqueness of their solutions.

## 5. Optimisation Methods

At the outset I should emphasise that I am using optimisation in the mathematical sense to mean anything involving maximisation or minimisation. This sometimes leads to confusion in urban modelling where it is often relevant to consider the narrower sense of either optimising behaviour on the part of a system component or optimum plans for a whole system. First, however, I will show an example from urban modelling which involves maximisation but not the optimisation of either behaviour or a plan.

Consider the spatial accounting variable $T_{ij}$ defined earlier, let it be the number of work trips from $i$ to $j$, and let the trip end totals (workers in each $i$,$O_i$ and jobs in each $j$, $D_j$) be known together with total expenditure on the journey to work $C$ (as $\sum_{ij} T_{ij}c_{ij}$, where $c_{ij}$ is the travel cost from $i$ to $j$).Given this information, what is the most probable $\{T_{ij}\}$ ? It can be shown that it is that which results from the following (entropy) maximising problem :

$$\text{Max } S = -\sum \log T_{ij} \; ! \tag{6}$$

s.t.

$$\sum_j T_{ij} = O_i, \tag{7}$$

$$\sum_j T_{ij} = D_j, \tag{8}$$

$$\sum_{ij} T_{ij}c_{ij} = C. \tag{9}$$

The result is

(10) $$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j e^{-\beta c_{ij}},$$

where

(11) $$A_i = \frac{1}{\sum_j B_j D_j e^{-\beta c_{ij}}}, \qquad (12) \quad B_j = \frac{1}{\sum_i A_i O_i e^{-\beta c_{ij}}}.$$

The $A_i$'s and $B_i$'s of course are balancing factors which bear a family resemblance to those already introduced in equations (4) and (5). And indeed *they* can be seen as resulting from an entropy maximisation process:

(13) $$\text{Max } S = -\sum \hat{F}_{ij} \log \frac{\hat{F}_{ij}}{F_{ij}},$$

subject to the marginal total constraints.

This turns out to be a powerful model. It is appropriate to representing the structure of W e a v e r II systems (as in statistical mechanics) and can be used on a comparative static basis for modelling change (given new values of the exogenous variables). It can be seen as a statistical averaging process — an aggregator to generate meso-states by averaging over micro behaviour. It should also be emphasised at this point that in all the illustrations in this paper, the simplest possible models are being used to make the point. The transport models actually in use are more disaggregated, using variables like $T_{ij}^{kn}$, the number of trips from $i$ to $j$ by mode $k$ by persons of type $n$.

If each individual within an urban system is behaving according to some optimisation principle, it is sometimes possible to solve the aggregation problem by building a mathematical programme, the outcome of which is a representation of the whole system. This has been the case, for example, in building models of residential location based on a utility maximising theory of consumers' behaviour where consumer preferences are represented by bid rents. However, while such models are theoretically attractive they often do not fit well in the real world — they are not messy enough! These difficulties can be illustrated, and another new result shown which is interesting mathematically but which is a product of the urban modelling industry.

For some interaction variable $T_{ij}$, and given marginal totals, the transportation problem of linear programming would be

(14) $$\text{Min } C = \sum_{ij} T_{ij} c_{ij}$$

s.t.

(15) $$\sum_j T_{ij} = O_i, \qquad (16) \quad \sum_i T_{ij} = D_j$$

and its dual would be

(17) $$\text{Max } C' = \sum_i \alpha_i O_i + \sum_j \nu_j D_j$$

s.t.

(18) $$c_{ij} \geqslant \alpha_i + \nu_j.$$

The modelling problem arises because there are not more than $2N-1$ (for $N$ zones) of the $N^2T_{ij}$ variables which can be non-zero. In reality, there are usually more and models such as that given by (10) ... (12) fit better. The interesting new result turns out to be that the limit of (10) as $\beta \to \infty$ is the *LP* limit and there is a corresponding results linking the dual variables $\alpha_i$ and $\nu_j$ with transformations of $A_i$ and $B_j$ which are related to the dual variables of the non-linear entropy maximising problem (6) ... (9). This correspondence turns out to be very useful in bridging two at-first-sight different modelling styles.

Other kinds of optimisation problems arise when the task is for the planner to seek best values of some planning variables in relation to some objective function subject to the behavioural model equations as constraints. For example, if $\{W_j\}$ is a distribution of shopping floorspace, a planning optimisation problem is

$$\text{(19)} \qquad \underset{\{W_j\}}{\text{Max}}\, Z = -\sum_j W_j p_j + \sum_{ij} S_{ij}\left(\frac{\alpha}{\beta}\log W_j - c_{ij}\right),$$

$$\text{(20)} \qquad S_{ij} = A_i e_i P_i W_j^{\alpha} e^{-\beta c_{ij}}, \qquad \text{(21)} \qquad A_i = \frac{1}{\sum_j W_j^{\alpha} e^{-\beta c_{ij}}},$$

where $S_{ij}$ is the flow of shopping trips from $i$ to $j$, $e_i P_i$ — the trips generated in $i$, $c_{ij}$ — travel costs and $\alpha$ and $\beta$ are parameters. This problem, non-linear in objective function and constraints, but by breaking (20) and (21) into entropy maximising components, the problem can be rewritten as

$$\text{(22)} \qquad \underset{\{W_j,\, S_{ij}\}}{\text{Max}}\, Z = -\sum_j W_j p_j + \sum_{ij} S_{ij}\left(\frac{\alpha}{\beta}\log W_j - c_{ij}\right) - \frac{1}{\beta}\sum_{ij} S_{ij}\log S_{ij}$$

s.t.

$$\text{(23)} \qquad \sum_j S_{ij} = e_i P_i,$$

which now has a convex objective function and linear constraints and can be solved by standard procedures.

We should note that there are also some functional optimisation problems using the calculus of variations. These arise, for example, in finding shortest paths (geodesics) trough a velocity field. They also arise in planning optimisation problems involving several time periods, as dynamic programming and control problems, but these are more appropriate to the next section.

Finally, we should mention a quite different class of optimisation problems associated with the networks which occur in cities. The most basic problem is that of finding the shortest path through a network (upon which calculations of $c_{ij}$'s, when congested networks are involved, are based). Indeed, we should note that the whole urban modelling task is complicated by the interaction between the underlying networks and flows between zones: $c_{ij}$'s are needed to estimate the flows, but are themselves functions of the flows. This means that many sets of model equations can only be solved iteratively.

## 6. Dynamical Analysis

The model building methods which have been described so far can be used for the analysis and prediction of change as well as structure at a point in time provided that either strong equilibrating zones are present so that comparative static methods are appropriate or a steady state exists. (The exceptions are some of the accounting models which are equivalent to quite complicated sets of difference equations). These simpler methods of dynamical analysis are largely appropriate for W e a v e r II systems, and then not always. Thus for some of these systems, and for W e a v e r III systems, more general methods must be explored.

There is relatively little experience of this style of modelling, partly because the methods are more difficult to handle and partly because of the scarcity of good time series data. The field was stimulated, however, by the publication of F o r r e s t e r's, *Urban Dynamics*, in the late 60's. This, and the associated systems dynamics methods were considered inappropriate for urban modelling by many in the field, but it pushed those commentators into seeking new methods.

The prime problem is the identification of the equations of motion of the system of interest, either as differential or difference equations, or, occasionally, as integral equations. There are now examples of such simultaneous equation systems and standard methods can be used to investigate change and such concepts as the conditions for stability. The resulting equation systems are likely to be complicated so that solutions are sought through simulation methods rather than analytically. As with the structural optimisation procedures, the behavioural equations can be embedded within higher order „planning optimisation" objectives, and this leads to some of the standard problems of control theory, with solutions being sought by dynamic programming and related methods.

## 7. Concluding Comments

An attempt has been made to give a broad overview of the uses of mathematics in urban modelling. Inevitably, the structure in which this has been presented is oversimplified and there are a large number of gaps in it. For example, A t k i n s' $q$-analysis and the possible roles of catastrophe theory (which are now being investigated) are omitted. Broadly, however, the picture shown is that the most difficult problems are centred within the urban modelling field and that most of the mathematical procedures used are standard ones. Three concluding comments qualify this conclusion, however. First, there have been some interesting mathematical developments generated from within the urban modelling field. Secondly, in attempting to represent the messiness of the real urban world, the modeller has to produce a creative synthesis for a particular model from a range of available techniques. And thirdly, closely related to this, the task of perceiving and effectively representing urban systems in mathematical terms for *effective* modelling is not a trivial one, however standard the techniques.

Further reading. A small number of references are given, largely from the author's work. Full bibliographies are given in the references cited.

*Received, November 2, 1976* *University of Leeds, Great Britain*

## REFERENCES

1. Wilson A. G., Kirkby M. J., *Mathematics for Geographers and Planners.* Oxford University Press, Oxford, 1975.
2. Willson A. G., *Urban and Regional Models in Geography and Planning.* John Wiley, London and New York, 1974.
3. Res P. H., Wilson A. G., *Spatial Population Analysis.* Edward Arnold, London 1976.
4. Wilson A. G., *Entropy in Urban and Regional Modelling.* Pion, London, 1970.
5. Evans S. P., *A Relationship between the Gravity Model for Trip Distribution and the Transportation Problem of Linear Programming.* Transp. Res, 7, 39—61 (1973).
6. Wilson A. G., Senior M. L., *Some Relationships between Entropy Maximising Models, Mathematical Programming Models and their Duals.* J. of Regional Science, 14, 207—215 (1974).
7. Coelho J. D., Wilson A. G., *An Equivalence Theorem to Integrate Entropy Maximising Submodels within overall Mathematical Programming Frameworks.* Geographical Analysis (to be published).
8. Williams H. C. W. L., Wilson A. G., *Dynamic Models for Urban and Regional Analysis.* Working Paper *131*, School of Geography, University of Leeds (1975).

## PREMIZE MATEMATICE PENTRU MODELAREA URBANĂ

(Rezumat)

Se indică şi se clasifică principalele discipline şi metode matematice chemate să-şi aducă aportul la modelarea matematică a sistemelor urbane. Se arată că sistemul urban este studiat printr-un set de submodele cărora le corespund diferite tipuri de metode matematice de modelare, adecvate acestora.

Pentru sistematizarea familiilor de metode matematice utilizabile se recurge mai întîi la o clasificare a sistemelor — datorată lui Weaver —în trei tipuri, în funcţie de complexitatea lor: a) simple ; b) de o complexitate dezordonată, descrise de un mare număr de variabile algebrice, dar ale căror componente interacţionează slab — ca sistemele mecanicii statistice şi c) de o complexitate ordonată, cu un număr mare de variabile, dar cu posibilitatea unor interacţiuni puternice. Se arată că problemele modelării urbane sînt mai ales de tipul b), cum sînt sistemele de transport şi populaţia, cel puţin la anumite nivele de rezoluţie, şi de tipul c) implicînd activităţile economice.

Se analizează utilitatea diferitelor metode matematice existente, pentru modelarea urbană, clasificate în patru mari familii: a) algebra elementară şi descrierea algebrică a sistemelor urbane — algebra, geometria şi teoria mulţimilor ; b) algebra matricială ; c) metodele de optimizare, ce implică un proces de maximizare sau minimizare — programarea matematică şi d) analiza dinamică, în care soluţiile ecuaţiilor ce descriu comportamentul dinamic sînt căutate prin metode de simulare, mult mai convenabile decît cele analitice.

În concluzie se arată că cercetătorul trebuie să realizeze o sinteză, creatoare, din seria de tehnici disponibile, în procesul de construcţie a unui model particular, sarcină deosebit de dificilă oricît de dezvoltate ar fi tehnicile standard de modelare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 627.8; 624.1

# CONTRIBUȚII LA CALCULUL STABILITĂȚII BARAJELOR DE PĂMÎNT ȚINÎND SEAMA DE CONSOLIDAREA TERENULUI DE FUNDAȚIE (II)

DE

VICTOR ZAVATI și VIOREL MURGESCU

## 1. Introducere

Studiile efectuate de diverși cercetători (Margason și Symons [1], D'Appolonia [2]) au evidențiat influența defavorabilă manifestată de creșterea presiunii apei din pori, în raport cu greutatea proprie, asupra stabilității generale a barajelor de pămînt.

Metodele de calcul cunoscute nu țin seama în suficientă măsură de acest efect al apei.

În Nota I a acestei lucrări [4] s-a prezentat o metodă de lucru capabilă să permită calculul distribuției presiunii apei din pori în rambleu și terenul de fundație, variația ei în timp, tasările care au loc și modul în care acestea influențează condițiile generale de stabilitate.

În această Notă, în completare, se prezintă : schema logică a programului de calcul CONSOL, conceput și propus de autori, structura programului, etapele de calcul și rezultatele obținute.

## 2. Schema logică

În fig. 1 este redată schema logică într-o formă condensată. Fiecare etapă menționată în această schemă este dezvoltată în schema logică de detaliu.

Programul CONSOL astfel conceput este adecvat utilizării calculatoarelor electronice de tip FELIX-50 sau IRIS-256, cu care este dotat și Centrul de calcul, Iași.

Pentru a se ușura descifrarea programului au fost înscrise aceleași comentarii atît în programul elaborat în limbaj FORTRAN cît și în schema logică de detaliu.

## 3. Structura programului de calcul CONSOL

### 3.1. Date de bază

O primă serie de date de bază caracterizează modul de aproximare printr-o rețea de diferențe finite a terenului de fundație și condițiile de margine corespunzătoare. Denumirile date acestor mărimi coincid cu semnificațiile variabilelor respective din program.

Alte serii de date de bază sînt specifice fiecărei variante de încărcare și sînt citite pe măsura rezolvării acestora.

Pentru introducerea în calculator a datelor de bază se folosește cititorul de cartele. Pe cartelele perforate sînt scrise valorile variabilelor în ordinea și în pozițiile arătate în formularul din fig. 2. De asemenea, sînt introduse în calculator, cu ajutorul instrucțiunii BLOCK DATA, coeficienții $S, S2, D, D2$, dați de G i r o u d [3] pentru utilizarea formulelor (2.19)...(2.26) din Nota I [4]. Tabelele sînt ordonate în funcție de valorile parametrilor adimensionali $AS$ sau $SA = x/A$ și $YA = y/A$. Pentru a se putea verifica introducerea corectă a acestor tabele ele sînt scrise consecutiv după celelalte date de bază.

### 3.2. Etapele de calcul

Pentru nominalizarea formulelor s-a menținut numerotarea din Nota I [4].

a) Într-o primă etapă de calcul sînt determinate și apoi scrise coordonatele nodurilor rețelei pentru terenul de fundație; abscisele coloanelor se exprimă prin:

$$X_j = (j - NMV)\,DX,\ (j = 1, \ldots, NC)$$

și ordonatele liniilor sub forma

$$Y_i = (i - 1)\,DY + H1, (i = 1, \ldots, NL).$$

b) Se calculează apoi, în fiecare nod al rețelei, greutatea proprie a pămîntului:

$$GH_{i,j} = G1 \,.\, H1 + G2\,(Y_i - H1).$$

c) În continuare se calculează creșterile eforturilor normale totale $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ și $\Delta\sigma_z$ în baza formulelor (2.19)...(2.26), avînd în vedere tipul de încărcare anunțat prin datele de bază ($KAZ$). Pentru calculul coeficienților prin interpolare în cadrul tabelelor lui G i r o u d se face apel la subrutina COEF.

d) Odată cunoscute creșterile de eforturi se estimează creșterea de presiune a apei din pori în exces cu ajutorul formulei (2.8). Această creștere de presiune a apei din pori este adăugată la presiunea apei din pori existentă în fiecare nod, ca urmare a aplicării altor încărcări în variantele anterioare.

e) Coeficientul presiunii apei din pori ($r_u$) se determină cu formula (2.7). Pentru stabilirea valorii sumei de la numitor se calculează, pentru verticala fiecărui nod al rețelei, încărcarea verticală corespunzătoare variantei date, care se adaugă la încărcarea verticală rezultată din variantele anterioare ale aceleiași probleme și la greutatea proprie a pămîntului pentru punctul considerat.

f) Se scriu apoi ca rezultate parțiale în fiecare nod al rețelei: valorile $\Delta\sigma_x$, valorile $\Delta\sigma_y$, valorile $\Delta\sigma_z$, valorile coeficientului presiunii apei din pori ($r_u$), valorile presiunii apei din pori ($u$).

g) Se calculează și se scrie tasarea de consolidare finală; calculul se efectuează pentru fiecare nod, începînd de la suprafața terenului, cu formula (2.4).

h) Urmează partea din program care permite determinarea presiunii apei din pori ($u_{t+\Delta t}$) rămasă, după trecerea unui pas de timp ($\Delta t$), pornind de la valorile ($u_t$) anterioare. Procedeul se repetă pentru fiecare pas de timp,

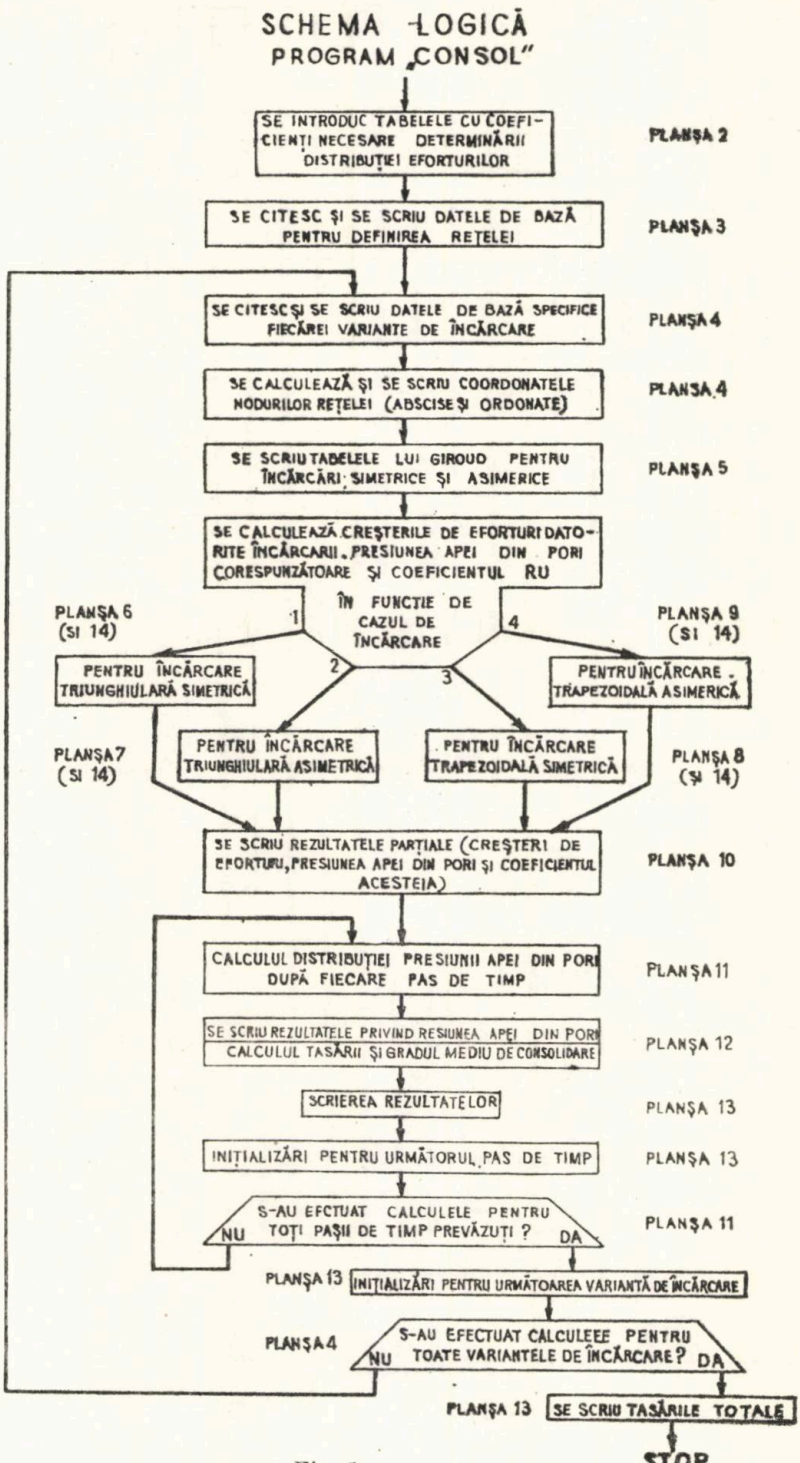

SCHEMA LOGICĂ
PROGRAM „CONSOL"
SE INTRODUC TABELELE CU COEFICIENȚI NECESARE DETERMINĂRII DISTRIBUȚIEI EFORTURILOR
PLANȘA 2
SE CITESC ȘI SE SCRIU DATELE DE BAZĂ PENTRU DEFINIREA REȚELEI
PLANȘA 3
SE CITESC ȘI SE SCRIU DATELE DE BAZĂ SPECIFICE FIECĂREI VARIANTE DE ÎNCĂRCARE
PLANȘA 4
SE CALCULEAZĂ ȘI SE SCRIU COORDONATELE NODURILOR REȚELEI (ABSCISE ȘI ORDONATE)
PLANȘA 4
SE SCRIU TABELELE LUI GIROUD PENTRU ÎNCĂRCĂRI SIMETRICE ȘI ASIMERICE
PLANȘA 5
SE CALCULEAZĂ CREȘTERILE DE EFORTURI DATORITE ÎNCĂRCĂRII, PRESIUNEA APEI DIN PORI CORESPUNZĂTOARE ȘI COEFICIENTUL RU
ÎN FUNCȚIE DE CAZUL DE ÎNCĂRCARE
1
2
3
4
PLANȘA 6 (SI 14)
PENTRU ÎNCĂRCARE TRIUNGHIULARĂ SIMETRICĂ
PLANȘA 7 (SI 14)
PENTRU ÎNCĂRCARE TRIUNGHIULARĂ ASIMETRICĂ
PENTRU ÎNCĂRCARE TRAPEZOIDALĂ SIMETRICĂ
PLANȘA 8 (ȘI 14)
PENTRU ÎNCĂRCARE TRAPEZOIDALĂ ASIMERICĂ
PLANȘA 9 (SI 14)
SE SCRIU REZULTATELE PARȚIALE (CREȘTERI DE EFORTURI, PRESIUNEA APEI DIN PORI ȘI COEFICIENTUL ACESTEIA)
PLANȘA 10
CALCULUL DISTRIBUȚIEI PRESIUNII APEI DIN PORI DUPĂ FIECARE PAS DE TIMP
PLANȘA 11
SE SCRIU REZULTATELE PRIVIND PRESIUNEA APEI DIN PORI CALCULUL TASĂRII ȘI GRADUL MEDIU DE CONSOLIDARE
PLANȘA 12
SCRIEREA REZULTATELOR
PLANȘA 13
INIȚIALIZĂRI PENTRU URMĂTORUL PAS DE TIMP
PLANȘA 13
S-AU EFCTUAT CALCULELE PENTRU TOȚI PAȘII DE TIMP PREVĂZUȚI ?
NU
DA
PLANȘA 11
PLANȘA 13
INIȚIALIZĂRI PENTRU URMĂTOAREA VARIANTĂ DE ÎNCĂRCARE
PLANȘA 4
S-AU EFECTUAT CALCULELE PENTRU TOATE VARIANTELE DE ÎNCĂRCARE?
NU
DA
PLANȘA 13
SE SCRIU TASĂRILE TOTALE
STOP

Fig. 1

FORTRAN

| Program: CØNSØL | Indicații de perforare : | Pagina 1 |
|---|---|---|
| Programator: ing. V. ZAVATI — Data: 1978 | MODUL DE SCRIERE A DATELOR DE BAZĂ | din PLANȘA 2 |

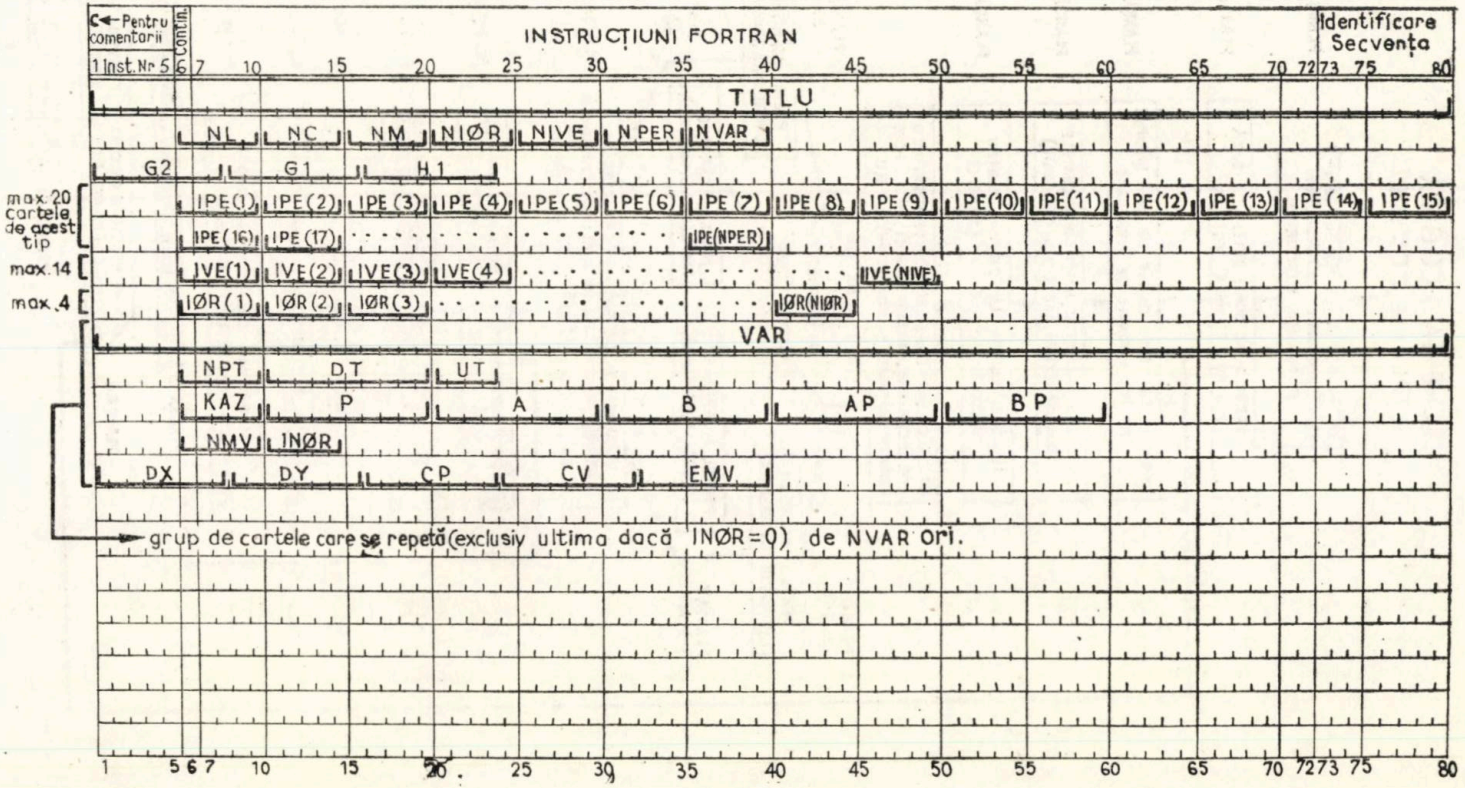



Fig. 2

impus prin datele de bază, pentru o variantă de încărcare dată. Pentru un anumit pas de timp, se determină în primul rînd :

(1) $B = \frac{c_v \Delta t}{(\Delta x)^2}$, (2) $R = \frac{(\Delta x)^2}{(\Delta y)^2}$.

În continuare, pentru fiecare punct al rețelei se calculează presiunea apei din pori după timpul $\Delta t$, $(u_{t+\Delta t})$, plecînd de la valorile anterioare $(u_t)$. Se utilizează formula (2.14), scrisă sub forma :

(3) $u_{t+\Delta t,0} = u_{t,0} + \beta [u_{t,2} + u_{t,4} + R (u_{t,1} + u_{t,3}) - (2 + 2R) u_{t,0}]$.

Se calculează coeficientul presiunii apei din pori $(r_u)$ pentru momentul dat și tasările produse pe fiecare verticală a rețelei din momentul aplicării încărcării pînă în momentul dat.

i) Se scriu toate aceste rezultate, după care se trece la pasul de timp următor și, după epuizarea tuturor pașilor de timp, la varianta următoare de încărcare.

În final se prezintă tasările totale, care rezultă din disiparea completă a presiunii apei din pori în exces, dezvoltate ca urmare a aplicării suprasarcinii.

### 3.3. Rezultate obținute

Pentru momentul imediat aplicării unei încărcări la suprafață sînt scrise:

a) distribuția eforturilor $\sigma_x$, orizontale, în planul secțiunii barajului, în fiecare punct al rețelei ;

b) distribuția eforturilor $\sigma_y$, verticale ;

c) distribuția eforturilor $\sigma_z$, orizontale, în planul perpendicular pe secțiunea transversală a barajului ;

d) distribuția coeficienților $r_u$ ai presiunii apei din pori ;

e) distribuția presiunii apei din pori în exces ;

f) tasarea de consolidare finală, adică cea care se va produce după disiparea completă a apei din pori.

După fiecare pas de timp se scriu :

a) distribuția presiunii apei din pori în exces în momentul respectiv;

b) coeficientul $r_u$ corespunzător ;

c) tasarea la suprafață în dreptul fiecărui nod al rețelei, din momentul aplicării încărcării pînă în momentul corespunzător pasului de timp ;

d) gradul mediu de consolidare, ca raport între această tasare și cea de consolidare finală.

De menționat că la aplicarea fiecărei supraîncărcări : a) distribuțiile de eforturi $\sigma_x$, $\sigma_y$ și $\sigma_z$ se referă numai la creșterile datorite acestei suprasarcini, fără a se lua în considerare încărcările anterioare ; b) distribuțiile presiunii apei din pori și a coeficientului acesteia iau în considerare și presiunile nedisipate în pașii de timp anteriori, datorită treptelor de încărcare anterioare.

Ca o consecință, tasarea de consolidare finală (pentru o anumită încărcare) reprezintă tasarea datorită atît disipării complete a presiunii apei din pori rezultate din aplicarea încărcării respective, cît și disipării complete a presiunii datorite unor încărcări anterioare dar rămase încă nedisipate în momentul dat. Drept urmare, tasarea de consolidare totală se poate obține adăugînd la tasarea de consolidare finală, pentru ultima încărcare, tasările realizate pînă la ultimii pași de timp ai încărcărilor anterioare :

$$(5) \quad S_{\text{total}} = S_n + (S_1 - S_{1,t_{1,2}}) + (S_2 - S_{2,t_{2,3}}) + \ldots + (S_{n-1} - S_{n-1,t_{n-1,n}}).$$

O cumulare a tuturor tasărilor produse cu tasarea rămasă a se dezvolta este scrisă în ultima parte a rezultatelor calculului ; acestea reprezintă deci tasările totale la suprafață, care sînt de așteptat să se producă într-un timp infinit, datorită tuturor treptelor de încărcare luate în considerare.

## 4. Concluzii

Metoda de lucru propusă și programul de calcul CONSOL conceput prezintă următoarele avantaje :

1° Cunoașterea distribuției presiunii apei din pori în rambleu și terenul de fundație precum și a variației acesteia în timp, permite analiza stabilității construcției cu metoda eforturilor efective.

2° Este posibilă stabilirea unui grafic de execuție optim care, prin etapizarea execuției, permite îmbunătățirea condițiilor de stabilitate a barajului de pămînt.

3° Determinarea valorii maxime a tasării, ținînd seama de configurația încărcării (profilul barajului), permite evitarea supraaprecierii tasărilor, inerentă procedeelor de calcul cunoscute, bazate pe ipoteza încărcării uniform distribuite.

4° Se realizează evitarea supradimensionărilor în proiectarea și dimensionarea construcțiilor din pămînt, cu importante efecte favorabile de ordin economic.

*Primită la 2 octombrie 1978*

*Institutul politehnic, Iași*
*Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice*
*și*
*Catedra de matematici*

## BIBLIOGRAFIE

1. Margason G., Symons I. F., *Use of Pore Pressure Measurements to Control Embankment Construction.* Proc. Seventh Int. Conf. on S.M.F.E., Mexico City, **2**, 307—315 (1969).
2. D'Appolonia D. J., Lambe T. W., Paulos H. C., *Evaluation of Pore Pressures Beneath an Embankment.* Journ S.M.F.D., Proc. A.S.C.E., **97**, *SM 6*, 881—897 (1971).
3. Giroud J.P., *Applications de la théorie de l'élasticité au calcul du tassement des remblais routiers.* Rev. gén. des routes et des aérodromes, *455*, 62—78 (1970).
4. Zavati V., Murgescu V., *Contribuții la calculul stabilității barajelor de pămînt ținînd seama de consolidarea terenului de fundație* (I). Bul. Inst. polit., Iași, **XXII** (XXVI) *3—4*, s. V (1976).

## CONTRIBUTIONS AU CALCUL DE LA STABILITÉ DES BARRAGES EN TERRE AYANT EN VUE LA CONSOLIDATION DU TERRAIN DE FONDATION (II)

(Résumé)

On a conçu une méthode de travail et on a élaboré un programme de calcul pour les machines électroniques, en langage Fortran IV, qui permettent l'établissement de la distribution de la pression de l'eau des pores dans le terain de fondation, sa variation en fonction du temps et la manière dont celle-ci influence les conditions de stabilité.

La première Note contient les méthodes employées ; dans cette seconde Note on présente le schéma logique du programme CONSOL, la structure du programme et la description des étapes de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. D. 691.3

# BÉTONS LÉGERS À ARGILE EXPANSÉE POUR LE BÉTON PRÉCONTRAINT

PAR

LIVIU GROLL, SERGIU COROBCEANU, N. FLOREA et VICTOR HAGIU

## 1. Introduction

Les éléments de constructions en béton armé precontraint sont confectionnés, en notre pays, en béton lourd (poids unitaire 2 200 ... 2 400 kg/m³). Le poids unitaire relativement élévé de ce béton présente quelques désavantages, à savoir, l'acroissement des sections de travail pour assumer les efforts résultant du poids propre, de l'outillage pour le transport et l'élèvement de grande capacité, etc.

Par l'introduction dans la pratique de chantier des bétons légers de grande résistance, qui réduisent le poids unitaire du béton de 25% environ, on diminue les désavantages présentés par le béton lourd. Ces bétons posent cependant des problèmes particuliers de préparation, de mise en oeuvre, d'entretien.

On ne peut pas extendre l'expérience accumulée à la préparation du béton lourd aussi aux bétons légers, chaque type d'agrégat léger nécessitant des essais et des études pour trouver les conditions optima de préparation et de mise en oeuvre.

Les bétons légers, très résistants pour les éléments précontraints, doivent accomplir les conditions suivantes : qu'ils présentent une structure dépourvue de pores telle que l'acier soit protégé, qu'ils aient des caractéristiques mécaniques élevées et stables en temps, que la valeur de leurs poids unitaire soit sous 1 800 kg/m³, qu'ils puissent devenir compactes et de se soumettre à l'usinage.

À la préparation des bétons légers on peut utiliser les matériaux naturels (tufs, pierre ponce) ou artificiels (argile expansée, ardoise expansée, etc.), chaque matériel présentant des caractéristiques différentes qui exercent une influence sur les bétons dans la composition desquels ils en font partie.

Dans ce qui suit on présente les caractéristiques du béton préparé avec du granulite et l'influence de différents facteurs sur la qualité des caractéristiques physico-mécaniques.

## 2. Résultats expérimentaux

Le granulite — le matérial léger employé comme agrégat — est produit à Mureşeni, en une seule sorte, de dimensions 0...40 mm. L'agrégat sorté par tamisage présente les caractéristiques données dans le tableau 1.

On a préparé et étudié des bétons de qualité B300, confectionnés à agrégat jusqu'à 30 mm et des bétons de qualité B400, confectionnés à agrégat ayant les dimensions maxima de 15 mm (fig. 1). Le béton a été préparé dans une bétonière basculante, la durée de préparation du mélange en étant de 4 min et celle du serrage sur une table vibrante, de 60 sec.

Tableau 1

| Caractéristiques | Sorte mm | Valeurs |
|---|---|---|
| Poids unitaire, [kg/m³] | 0...7<br>0...15<br>0...30 | 1 120<br>1 040<br>930 |
| Absorbtion d'eau, [%] | 0...15<br>0...30 | 12,8<br>14,3 |
| Granulométrie (fig. 1) | 0...15<br>0...30 | continue, 53% sable<br>continue, 47% sable |
| Partie lévigables | 0...7 | 1,2, après le lavage |

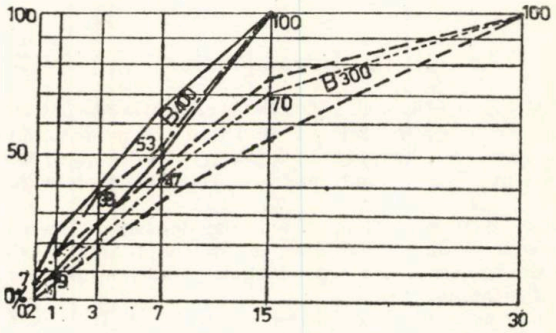



Fig. 1—Le graphique granulométrique du granulite.

On a confectionné des cubes ayant le coté de 20 cm, des prismes de 10 × 10 × 55 cm, comme des répères pour la contraction et des cylindres ayant la surface de la base de 200 cm².

On a étudié aussi l'influence des conditions de préparation du béton (influence du dosage du ciment et du rapport $E/C$) et on conserve les épreuves (milieu humide, mixte et sec).

L'usinage du béton est difficile quand il s'agit des bétons ayant les rapports $E/C$ sous la valeur 0,50 et un contenu de sable sous 40. L'usinage par vibration a nécessité une étude particulière parce que les granules de granulite durant la vibration ont la tendence de sortir à la surface. Les essais effectués pour une masse de béton plus grande, qui permet à utiliser des pervibrateurs de haute fréquence (12 000 vibrations/min), ont donné les meilleurs résultats, en obtenant un serrage uniforme et maximum du béton.

### 3. Interprétation des résultats obtenus

L'influence du dosage de ciment et du rapport $E/C$, comme ils en résultent de la fig. 2, indiquent un accroissement évident de la résistance du béton jusqu'à un dosage de 400 kg/m³, ensuite cet accroissement de la résistance est comparable à la variation de la précision d'essai. Pour des valeurs

du rapport $E/C$ plus petites que 0,55 on obtient des accroissements de la résistance du béton, mais les conditions de serrage sont prétentieuses car elles ne justifient pas les accroissements de la résistance. On obtient les meilleurs résultats pour les dosages de ciment de 350 kg/m³, pour des bétons de qualité B300 et 450 kg/m³ pour des bétons de qualité B400.

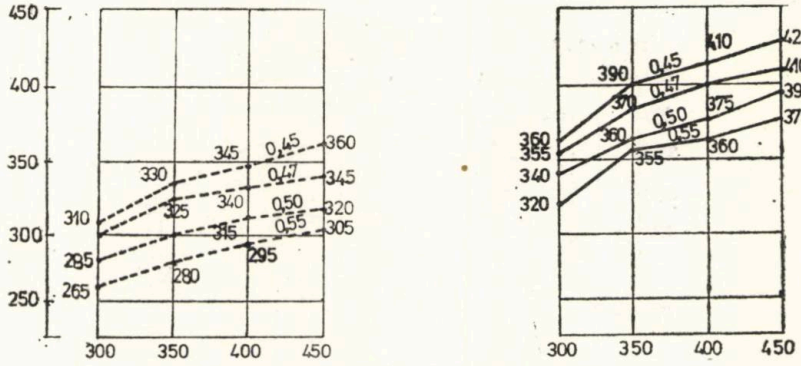



Fig. 2. — Influence du dosage de ciment et du rapport $E/C$ sur la résistance du béton.

L'influence du contenu en eau du granulite (fig. 3) se manifeste par le fait que les résistances du béton diminuent avec l'augmentation du contenu en eau, en obtenant les valeurs les plus petites pour le granulite saturé avec de l'eau. Les bétons préparés à granulite sec peuvent être usinés très difficilement, le béton devenant dur très vite après le mélange et nécessitant une consommation d'énergie très grande pour le serrage. Les bétons préparés avec du granulite, partiellement humectés avec de l'eau (approximativement 50 %), donnent les meilleurs résultats, en obtenant la qualité du béton scontée et le serrage pouvant être effectué par des vibrateurs habituels.

Les conditions de conservation des épreuves (fig. 4) ont démontré que si l'on maintient les épreuves dans un milieu humide jusqu'à l'essai

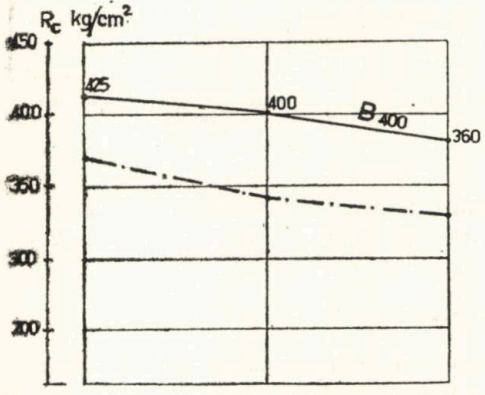



Fig. 3. — Variation de la résistance du béton en fonction du contenu d'eau de la granule au moment du mélange.

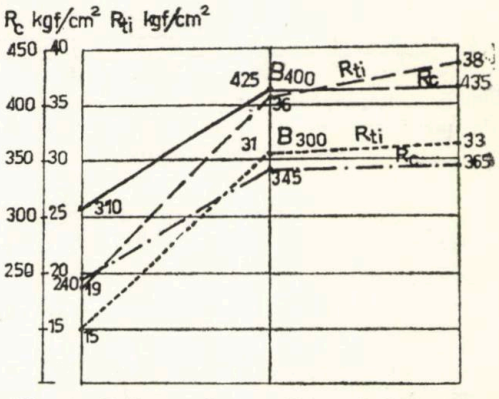



Fig. 4.—Influence des conditions de la conservation des épreuves sur les résistances du béton.

l'accroissement de la résistance, par rapport aux résistances des bétons maintenus en des conditions mixtes, n'est pas justifiée.

L'accroissement des résistance en temps (fig. 5 et 6), par rapport au béton lourd, indique la même loi d'accroissement, les différences des valeurs étant évidentes dans les premiers jours de durcissement et approchées à 28 jours.

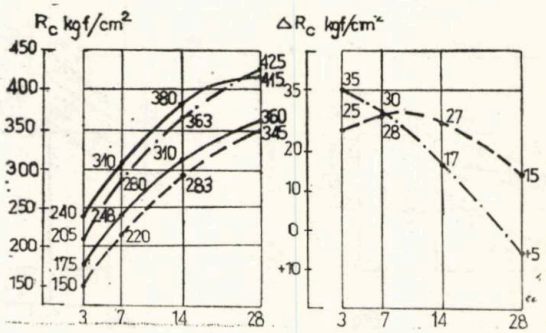



Fig. 5.— L'accroissement de la résistance du béton léger par rapport à celle du béton lourd.

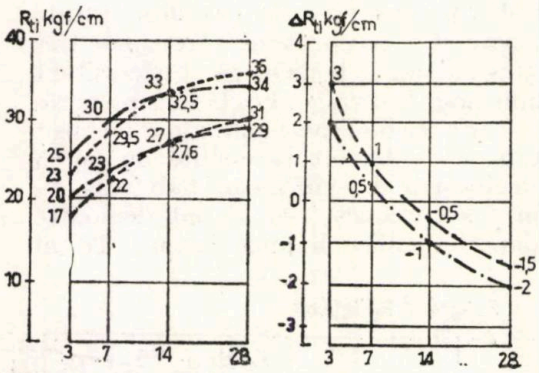



Fig. 6. — L'accroissement de la résistance à l'extension par fléchissement du béton léger par rapport à celle du béton lourd.

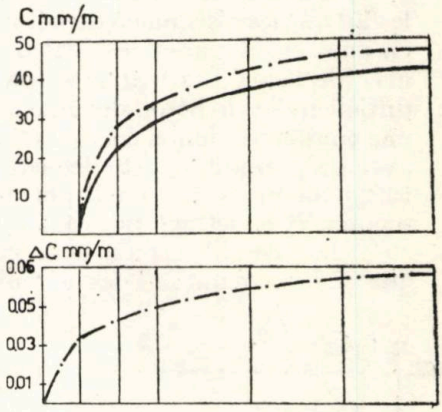



Fig. 7. — La contraction des bétons légers à granulite.

Les caractéristiques physico-mécaniques des bétons légers de haute résistance, de qualité **B300** et **B400**. sont présentées dans le tableau **2**.

## 4. Conclusions

On peut obtenir des bétons de qualité supérieure avec du granulite si on accomplit les conditions suivantes :

a) Le granulite ne doit pas contenir des parties lévigables, les dimensions maxima des granules ne doivent pas dépasser **15** mm pour les bétons

Tableau 2

| Caractéristiques | Béton de qualité | |
|---|---|---|
| | B 300 | B 400 |
| Poids spécifique du béton frais, [kg/m³] | 1 850 | 1 900 |
| Poids spécifique du béton endourci, [kg/m³] | 1 720 | 1 800 |
| Résistance cubique, [kgf/m³] | 305 | 410 |
| Valeur moyenne | | |
| Valeur minimum pour une probabilité de 1% | 247 | 327 |
| Résistance à l'extension du fléchissement*) | 31 | 36 |
| Valeur moyenne | | |
| Valeur minimum pour une probabilité de 1‰ | 22 | 23 |
| Résistance à l'extension (valeur moyenne) | 16 | 24 |
| Valeur minimum pour une probabilité de 1‰ | 11 | 17 |
| Module d'élasticité, [kgf/cm²] | 142 000 | 156 000 |
| Contraction après trois mois de la préparation, [mm] | | 0,45 |

*) Les caractéristiques sont données pour le béton préparé en conditions optima et pour le dosage récommandé.

de qualité B400 et 30 mm pour ceux de qualité B300 et le contenu en eau doit être de 50% par rapport à l'eau de saturation.

b) Le dosage de ciment doit être au minimum 350 kg/m³ pour les bétons de qualité B300 et de 450 kg/m³ pour les bétons de qualité B400.

c) Le béton doit être conservé dans un milieu mixte (7 jours à l'umidité jusqu'à l'essai en conditions de chantier).

d) Le contenuu du granulite en sable doit être plus grand que 50% pour le sorte 0...15 mm et plus grand que 45% pour le sorte 0...30 mm.

e) Le rapport $E/C$ ne doit être plus petit que 0,50 afin d'éviter la réalisation des bétons difficiles à modéler.

f) On doit préparer les bétons dans des bétonières à mélange forcé.

g) Le serrage doit être effectué par voie mécanique, par vibration à haute fréquence.

*Reçue le 30 septembre 1978*

*Institut Polytechnique, Jassy,*
*Chaire de Voies de Communication et de Fondations*
*et*
*Chaire de Béton et de Constructions Hydrotechniques*

## BETOANE UȘOARE CU ARGILĂ EXPANDATĂ PENTRU BETONUL PRECOMPRIMAT

(Rezumat)

Se prezintă rezultatele experimentale privind influența caracteristicilor fizico-mecanice ale materialelor componente asupra calității betoanelor ușoare cu granulit pentru elemente precomprimate.

Dintre factorii studiați se evidențiază : umiditatea agregatului în momentul amestecării, modul de păstrare a probelor, mărimea maximă a granulelor etc.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 666.31.7

# PHYSICAL AND MECHANICAL CHARACTERISTICS OF THE CLAY OF JASSY

BY

V. GRECU, N. BOŢI and TUDOR SILION

## 1. Introduction

Besides the participation to the prior evaluation of the cost of buildings and of the interaction with the surroundings, the geotechnical engineer delivers many others aspects necessary in the civil engineer's activity. The soil and the rock, results of the natural processes, present a very complex behaviour [1]. Laboratory tests or *in situ* tests or a combination of both of them, may be used to establish the parameters of the soil [9].

To be able to predict the shrinkage swelling of clay it was find that it is necessary to examine the factors which have a possible influence upon this fenomena. Therefore, the places *in situ* studies were selected to allow the examination of every factor separately. In the analized zone, data for thred places was obtained : U.F.S., H and M.B.

In the frame of our researches, the laboratory tests were performed on monolith samples, extracted from 0.5 to 0.5 m, up to the depth of 3 m.

## 2. Physical Characteristics

In accordance with their general character and physical obvious properties, cohesive soils may be devided in eight big groups [2] : inorganic clays with high, medium or low plasticity ; alluvial clays with high, medium or low plasticity ; organic clays ; organic alluvial deposits. Therefore, all the classical known tests have been performed to eliminate the danger of faulty arguments. As a result of this researches the distinction between the Jassy clay and the elements of different other kinds of clays was found.

Based on observations in the boreholes from the analysed zone, during the summer, it was established that the foundation soils is formed from a plastic clay, dark brown coloured, with small portions violet-blue and yellow coloured, up to 1.10 m depth ; the clay is hard and may be hoed. From this depth up to 1.90 m the colour becomes more dark, with ferruginous zones, calcareous concretions becomes visible, the clay is very hard and difficult to hoe. This portions from the lithological succesion of the layers allowes to make obvious the densifying process which appear

through the repeated drying and moistening of a clay. This is the depth at wich is formed, as mention also some other researches [2]...[5], [7] the hardened crust of the alluvial deposits from the valleys of the plaine rivers. This crust becomes thicker in time as shows T e r z a g h i [2]. The civil engineers which put into execution the foundations have confirmed the presence of this hard or rigid layer at all the excavations from the plaine of Bahlui river. Between 1.90 m and 2.40 m depth the colour becomes black-brown with ferruginous and violet-blue portions, more moisten, can be hoed again easyer and present friction planes or mirrors. And, based on the borehole between 2.4 and 3.2 m, the moistening is maintained almost constant, the clay is plastic consistent to solid and the colour is yellow, with violet-blue and ferruginous zones.

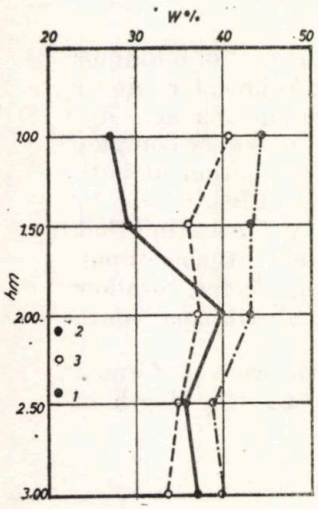



Fig. 1.—The variation of moisten wth the depth : *1* — U.F.S. ; *2* — Turf; *3*—Balaia Mill.

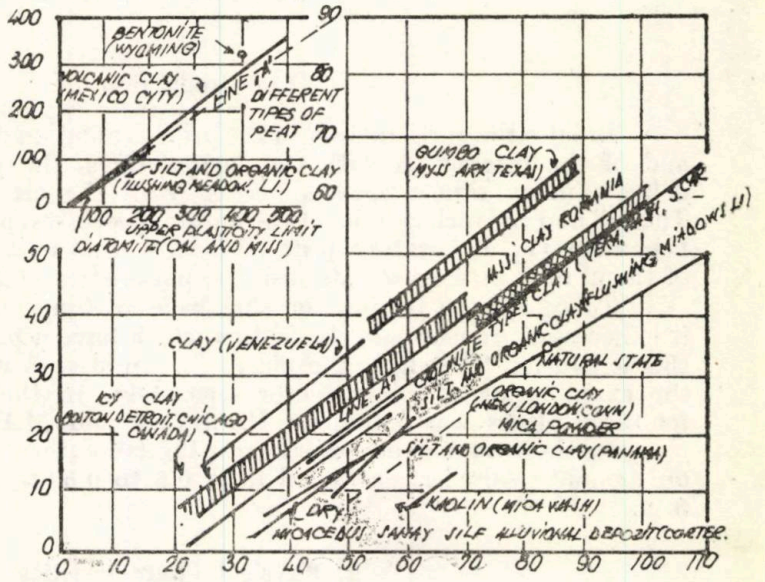



Fig. 2.—The relation betwen the liquid limit and the plasticity index for typical soils.

At all the excavations from the zone, up to the depth of 4.00...5.00 m, the underground water was not present.

The results of the basical classification of the geotechnical indexes for the analized clay are presented in Table 1.

The laboratory tests were performed on unmuddy clay samples. The results of such tests shows that the content of natural water varies between 28% and 43 % and its variation with the depth is irregular (Fig. 1). The A t t e r b e r g limits were obtained by classical methods (the method C a s s a g r a n d e (up) and V a s i l i e v (cone)); they are presented in Table 1 : the liquid limit layes between 82 and 106, the plastic limit between 23% and 32 % and the shrinkage limit between 11% and 12 %.

**Table 1**

*Geotechnical Indexes*

| Location | Borehole Nr. | Test nr. | Level | $W_{nat}$ | Plasticity | | | Grain size | | | | | $\gamma_s$ | | Physical indexes | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $W_P$ | $I_P$ | $W_L$ | 2 μ | 5 μ | 50 μ | 2 mm | | Pic. nom. | Gran. | $\gamma$ | $\gamma_d$ | n | $e$ | $S_r$ |
| | | | $n$ | % | % | | | | | | | | cN/cm³ | | cN/cm³ | | % | | |
| Turf | $S_1$ | 1 | 1.0 | 28.0 | 23.8 | 59.7 | 83.5 | 45 | 21 | 32 | 2 | — | 2.752 | 2.69 | 1.69 | 1.31 | 50.4 | 1.102 | 0.701 |
| | | 1 | 1.5 | 30.0 | 27.0 | 46.6 | 73.6 | 43 | 18 | 33 | 6 | — | 2.726 | 2.69 | 1.74 | 1.34 | 51.1 | 1.044 | 0.783 |
| | | 4 | 2.0 | 40.0 | 36.4 | 52.5 | 88.9 | 41 | 21 | 30 | 8 | — | 2.830 | 2.69 | 1.74 | 1.24 | 56.3 | 1.287 | 0.880 |
| | | 6 | 2.5 | 35.4 | 26.5 | 55.5 | 82.0 | 46 | 23 | 30 | 1 | — | 2.755 | 2.69 | 1.76 | 1.30 | 52.7 | 1.114 | 0.875 |
| | | 7 | 3.0 | 36.4 | 30.4 | 53.4 | 83.8 | 56 | 13 | 29 | 2 | — | 2.736 | 2.69 | 1.69 | 1.23 | 55.2 | 1.230 | 0.810 |
| Balaia Mill | $F_1$ | 1 | 1.0 | 40.7 | 29.7 | 55.2 | 84.9 | 54 | 18 | 24 | 4 | — | 2.741 | 2.70 | 1.76 | 1.25 | 54.4 | 1.192 | 0.936 |
| | | 2 | 1.5 | 36.6 | 26.3 | 59.1 | 85.4 | 49 | 18 | 30 | 3 | — | 2.756 | 2.70 | 1.82 | 1.33 | 51.8 | 1.076 | 0.937 |
| | | 3 | 2.0 | 36.7 | 25.8 | 58.0 | 83.8 | 44 | 22 | 31 | 3 | — | 2.768 | 2.70 | 1.82 | 1.35 | 51.4 | 1.056 | 0.962 |
| | | 4 | 2.5 | 35.9 | 24.4 | 65.7 | 90.1 | 46 | 24 | 27 | 3 | — | 2.768 | 2.70 | 1.82 | 1.33 | 52.3 | 1.097 | 0.912 |
| | | 5 | 3.0 | 33.7 | 22.6 | 59.5 | 82.0 | 47 | 22 | 30 | 1 | — | 2.808 | 2.70 | 1.87 | 1.40 | 50.3 | 1.011 | 0.936 |
| U.F.S. | $F_2$ | 1 | 1.0 | 42.9 | 34.3 | 61.6 | 95.9 | 46 | 26 | 25 | 3 | — | 2.831 | 2.70 | 1.77 | 1.25 | 55.9 | 1.267 | 0.959 |
| | | 2 | 1.5 | 42.3 | 31.5 | 74.7 | 106.2 | 55 | 22 | 20 | 3 | — | 2.796 | 2.70 | 1.78 | 1.26 | 54.6 | 1.202 | 0.984 |
| | | 3 | 2.0 | 43.0 | 32.6 | 60.5 | 93.1 | 44 | 23 | 29 | 4 | — | 2.760 | 2.70 | 1.75 | 1.23 | 55.6 | 1.252 | 0.948 |
| | | 4 | 2.5 | 39.8 | 26.2 | 76.3 | 102.5 | 40 | 24 | 30 | 6 | — | 2.736 | 2.70 | 1.78 | 1.27 | 53.4 | 1.148 | 0.949 |
| | | 5 | 3.0 | 38.8 | 31.7 | 60.0 | 91.7 | 46 | 22 | 29 | 3 | — | 2.766 | 2.70 | 1.82 | 1.33 | 52.2 | 1.093 | 0.982 |

Our experiments showed that points which represent samples from the same soil stratum and from different depth, approaches a straight line which is approximately parallel with line „*A*" of C a s s a g r a n d e. In accordance with this relations the strength of organic soils from different localities, but with the same liquid limit, generally increases with the increase of plasticity index [2]. Fig 2 presents the plasticity characteristics of some well defined clay type, the clay of Jassy being framed from this point of view between the inorganic clayey soils with high plasticity.

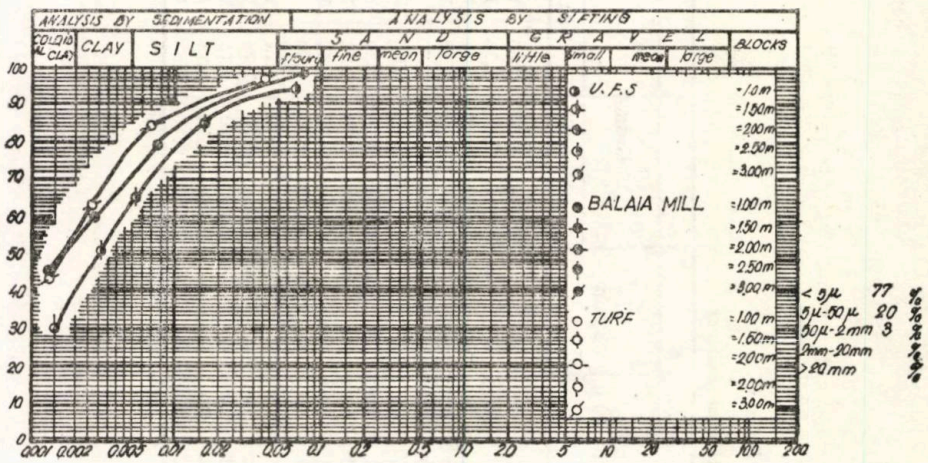



Fig. 3. — Grading composition.

The establishing of grading composition by sedimentation was performed in accordance with our standards (STAS 3 282-68). The obtained data were inscribed on printed forms and the percentage distribution per size of the solid particle which form the matter of the analyzed foundation soil is represented like a grading curve (Fig. 3). Different limit sizes are in accordance with the classification of the International Geotechnical Association. The studied soil is situated in the domain of the plastic clays and the content of clays varies between 61% and 74%. This fact was verified with the ternary diagrame in accordance with STAS 1 243-65.

The content of humus soluble in alkalies was determined by the orientation method of the sodium hydroxide, in accordance with STAS 7 107-64, and layes between 0 and 2%. The specific weight of the mineral skeleton was established in laboratory by the pycnometric method. In what concernes the volumetrical weight, in natural state ($\gamma$), has values between 1.69...1.67 cN/cm$^3$ and in drayed state 1.23...1.35 cN/m$^3$; the porosity of the analyzed samples has values between 51.1%...55.6% and the porosity index layes between 1.011...1.267; the saturation degree has values between 0.701...0.984 (Table 1).

## 3. Mechanical Characteristics

The test were performed using standard equipement and standard experimental methods have lead to the establishing of the usefull characteristics in the engineering activity as compressibility and shearing strength. The obtained values were for the linear edometrical deformation modulus $E_{1-3} = 50$ daN/cm², for the internal friction angle $\Phi = 6°$ and for the cohesion $c = 0.25$ daN/cm² (Table 2).

Table 2

*Geotechnical Indexes*

| Nr. | Location of sample | Level | $\gamma$ kN/m³ | $n$ | $e$ | $S_r$ | $E_{1-3}$ daN/cm² | $E_{2-3}$ daN/cm² | $e_{p_2}$ cm/m | $\Phi$ grad | $c$ daN/cm² |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Balaia Mill | 1.00 | 17.3 | 0.51 | 1.04 | 0.89 | 56 | 62.5 | 35 | 8 | 0.65 |
| 2 | Balaia Mill | 2.00 | 17.2 | 0.52 | 1.10 | 0.87 | 54 | 62.5 | 35 | 6 | 0.35 |
| 3 | Balaia Mill | 3.00 | 18.6 | 0.47 | 0.89 | 0.87 | 125 | 167 | 26 | 14°30′ | 0.74 |
| 4 | U.F.S. | 1.00 | 18.6 | 0.44 | 0.79 | 0.83 | 77 | 100 | 40 | 30 | 0.15 |
| 5 | U.F.S. | 2.00 | 18.0 | 0.47 | 0.90 | 0.84 | 77 | 100 | 42 | 26 | 0.35 |
| 6 | U.F.S. | 3.00 | 19.0 | 0.43 | 0.77 | 0.83 | 83 | 100 | 25 | 26 | 0.25 |
| 7 | Turf | 1.00 | 17.2 | 0.48 | 0.93 | 0.75 | 110 | 143 | 24 | 9 | 1.10 |
| 8 | Turf | 2.00 | 18.5 | 0.42 | 0.72 | 0.71 | 111 | 142 | 14 | 36 | 0.45 |
| 9 | Turf | 3.00 | 17.9 | 0.46 | 0.88 | 0.71 | 61 | 77 | 54 | 6 | 0.60 |

## 4. Chemical Properties

In what concernes the influence of the mineralogical composition, the published data in the technical literature (Bjerrum L., 1967; Andrei S., 1967; Havlicek J., 1961; Kassiff G., 1968; Morin E. J., 1971; Betentin A. G., 1953; Chandler R.S., 1972 a.o), showes that the shrinkage and swelling phenomenon increases with the content in montmorillonit.

The samples was obtaind according to the known methods, from three places, mentioned in § 1.

The purpose of this study was to determine the mineralogical nature of the studied clay from the foundation stratum from the plaine of Bahlui river, by geochemical methods [8].

The results of the chemical analysis for the principal elements are noted in Tables 3 and 4.

To emphasize the indentity of the clayey minerales from the studied soil it was performed a thermo-differential analysis of the fine fractions, with a diameter smaller than 5 $\mu$. In Fig. 4 are presented some derivatogrames which were used to calculate the loss in weight up to 900°C. The curve from Fig. 4 were compared with curves *A* and *E* from the same figure considered as standard ones, given by R. E. Grim, (1959) and J. Moum, (1964).

**Table 3**

*Chemical Analysis*

| Nr. crt. | Test | $SiO_2$ % | $Al_2O_3$ % | $Fe_2O_3$ % | CaO % | MgO % | $Na_2O$ % | $K_2O$ % | $H_2O$ % | Calcination losses % | Total % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *1* | 53.00 | 19.22 | 3.33 | 5.69 | 1.46 | 0.063 | 1.81 | 5.14 | 10.46 | 100.07 |
| 2 | *3* | 53.51 | 17.92 | 4.77 | 5.38 | 2.54 | 0.074 | 2.02 | 5.18 | 8.63 | 100.02 |
| 3 | *4* | 56.06 | 17.20 | 4.44 | 5.58 | 2.36 | 0.45 | 1.78 | 3.68 | 9.31 | 100.10 |
| 4 | *5* | 54.20 | 18.36 | 4.53 | 5.62 | 1.53 | 0.40 | 2.03 | 3.98 | 10.01 | 100.38 |
| 5 | *6* | 53.19 | 21.37 | 2.79 | 4.75 | 1.03 | 0.36 | 1.81 | 5.29 | 9.51 | 100.10 |
| 6 | *7* | 52.06 | 19.20 | 2.82 | 5.65 | 2.19 | 0.038 | 1.54 | 6.17 | 10.34 | 100.00 |
| 7 | *8* | 51.49 | 19.80 | 2.80 | 8.25 | 2.08 | 0.36 | 2.21 | 5.07 | 8.47 | 100.53 |
| 8 | *9* | 51.06 | 20.02 | 2.52 | 6.96 | 1.37 | 0.81 | 2.31 | 5.22 | 9.82 | 100.09 |
| 9 | *10* | 54.10 | 18.90 | 2.80 | 6.80 | 1.30 | 0.43 | 1.92 | 5.37 | 8.79 | 100 00 |
| 10 | *11* | 51.32 | 18.50 | 2.64 | 7.80 | 2.02 | 0.28 | 1.59 | 5.10 | 10.87 | 100.12 |
| 11 | *12* | 56.63 | 18.70 | 2.24 | 5.22 | 1.28 | 0.57 | 1.81 | 5.75 | 7.88 | 100.08 |
| 12 | *13* | 53.67 | 18.02 | 2.94 | 7.27 | 1.45 | 0.26 | 1.65 | 4.90 | 10.29 | 100.43 |
| 13 | *14* | 54.00 | 18.52 | 3.14 | 5.36 | 1.56 | 0.32 | 1.56 | 6.08 | 9.53 | 100.14 |
| 14 | *15* | 53.91 | 19.80 | 2.20 | 4.70 | 1.08 | 0.37 | 1.59 | 6.15 | 10.28 | 100.09 |

**Table 4**

*Chemistry of Clays*

| Nr. crt. | Test | $SiO_2$ % | $Al_2O_3$ % | Molecular $SiO_2/Al_2O_3$ | Calcination losses % |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *1* | 53.00 | 19.20 | 4.70 | 10.45 |
| 2 | *3* | 53.51 | 17.92 | 5.00 | 8.63 |
| 3 | *4* | 56.06 | 17.20 | 5.40 | 9.31 |
| 4 | *5* | 54.20 | 18.36 | 5.00 | 10.01 |
| 5 | *6* | 53.19 | 21.37 | 4.10 | 9.51 |
| 6 | *7* | 52.06 | 19.20 | 4.60 | 10.34 |
| 7 | *8* | 51.49 | 19.81 | 4.40 | 8.47 |
| 8 | *9* | 51.05 | 20.02 | 4.30 | 9.82 |
| 9 | *10* | 54.10 | 18.90 | 4.80 | 8.79 |
| 10 | *11* | 51.32 | 18.50 | 4.70 | 10.87 |
| 11 | *12* | 56.63 | 18.70 | 5.10 | 7.88 |
| 12 | *13* | 53.67 | 18.02 | 5.00 | 10.29 |
| 13 | *14* | 54.00 | 18.52 | 5.00 | 9.53 |
| 14 | *15* | 53.91 | 19.80 | 4.50 | 10.28 |

As a result of the geochemical researches performed on the foundation layer and by comparation of the obtained results with those obtained by other researcher it is shown that the clayey complex from Jassy containes two principal types of rocks : hydromica and montmorillonit.

## 5. Interpretation of the Results

At the surface, the clayey fraction is about 95%, 71%, 91%, attaining at the lower part of the studied layers 65%, 76%, 70%; the silt fraction increase with the depth from 5%, 29% and 9%, to the following values: 30%, 24%, 30%. The plasticity index, on the surface, has high values,

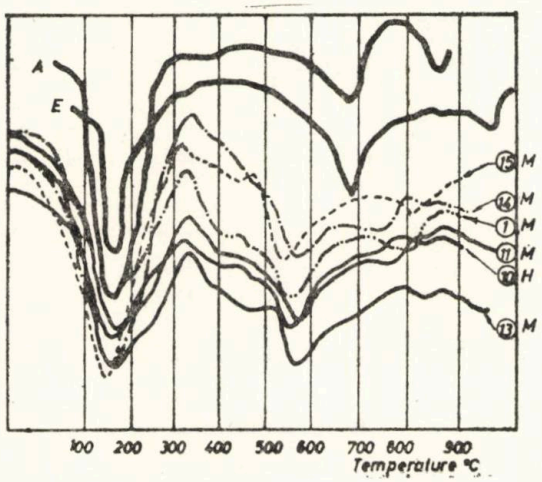



Fig. 4.—The curves of the thermo-differential analysis of some clays from the plain of the river Bahlui: *A*—Hydromica; *B*—Montmorillonit.

laying between 67% and 82.5%, decreasing with the depth at 45.5%...69% (notice that at U.F.S., at 3.00 m depth, the value of the plasticity index is very high, $I_p > 35$). The consistency index on surface has values laying between 0.89 and 0.98, and in depth it attaines 0.80...0.95. On the studied depth the clay is plastic — solid, because the value of the consistency index is $0.75 < I_c < 1$. The liquidity index has on the surface the values 0.018... 0.111, attaining in depth the values 0.05...0.242. The activity index after Skempton ($I_p/<5\ \mu$) has varied on surface between 0.94 and 1.10, and at the basis of the studied zone it has the values 1.18...1.30. Based on this values, the studied clay is framed in the group of the clayey soils with a very high activity index ($I_a > 1.25$).

The plasticity index and the liquid limit have the following values: $I_p = 67$; 82.5 and 76 and $W_L = 88.5$; 108; 98.5 at surface; $I_p = 51.5$; 88.5 and 50.5 and $W_L = 68$; 100 and 70 at the basis of the bore hole. These large domaine of values characterize the plastic clay as having a very high plasticity and high values of the liquid limit; the experimental data give also an information about the big capacity of the studied soil to bound water. The experimental results were compared with those obtained by other researchers (Table 5).

**Table 5**

*Comparison between the Experimental Results and those obtained by other Researchers*

| Nr. | Sort of the Clay | Locality | $A$ % | Atterberg limits | | | $I_p$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $W_L$ | $W_P$ | $W_S$ | |
| 1 | Fat-clay | Jassy-Romania | 61...82 | 82...106 | 23...32 | 10...11 | 54...75 |
| 2 | Clay | Podari-Romania | 60 | 85 | 17 | — | 68 |
| 3 | Boston Blue Clay | Cambridge Mass.-USA | — | 35 | 18.5 | — | 13 |
| 4 | Iredel Clay | Fairfax Country Virginia-USA | — | 81 | 14.5 | — | 47 |
| 5 | Aswan Clay | Asuan-Egipt | — | 70.8 | 32.8 | — | — |
| 6 | Clay Swelling | Israel | 65...70 | 78...85 | 20...22 | 9.5...11 | 50...63 |
| 7 | Clay | Gainesville-Florida | — | 100...138 | 46...67 | — | 54...64 |
| 8 | Black Clays | Ethiopia | 13...75 | 37...88 | — | 7...28 | 11...48 |
| 9 | Red Clays | Ethiopia | 34...76 | 44...66 | — | 17...30 | 14...30 |
| 10 | Black Cotton Soils | Bhopal-Hyderabad India | — | 46...97 | 24...34 | 11...13 | 22...65 |
| 11 | Clay | Mizra Izrael Valley | — | 78...85 | 20...22 | 9.5...11 | 58...63 |
| 12 | Clay | Volga-USSR | — | 41.5...78.4 | 19.8...35.2 | — | 21.7...43.2 |
| 13 | Leda Clay | Montreal-Canada | — | 60...75 | 26...35 | 25...30 | 30...50 |
| 14 | Clay | Ecÿa-Spain | — | 66.6 | — | 10.4 | 40.6 |

## 6. Conclusions

1. The value of the plasticity index, the grain size composition and analysis, the consistency index, the liquidity index, the activity index (S k e m p t o n), etc., frame the clay of Jassy in the group of the active and very active soils.

2. The chemical — mineralogical study of the foundation stratum from the plaine of the river Bahlui containes two principal rock types, hydromica and montmorillonit. The ratio $SiO_2/Al_2O_3$ is, for this region, between the limits 4...5, due to the identity of the clayey components.

3. The use of the electronic microscope and thermo-differential analysis led to establish that the prevalent clayey minerals are from the montmorillonit group.

*Received, May 15, 1978*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Lines of Communications and Foundations*

## REFERENCES

1. L a m b e T. W., *Thirteenth Rankine Lecture „Predictions in Soil Engineering"*. Geotechnique, **23**, *2*, 149—156 (1973).
2. T e r z a g h i K., P e c k R. B., *Soil Mechanics in Engineering Practice*. John Willey, New York, 1948, 10—39.
3. A n t o n e s c u I., *Unele aspecte ale comportării pămînturilor argiloase în funcţie de umiditate*. The III-rd Conference of Geotechnics and Foundations, Timişoara, 1975.
4. D i m a Gh., *Fundaţii. Metode moderne pentru cercetare „in situ" a terenului de fundare*. C.D.C.A.S., Civil Engineering Periodicals Editorial Staff.
5. P o p V., *Conlucrarea în cazul fundaţiilor de suprafaţă*. The III-rd Conference of Geotehnics and Foundations, Timişoara, 1975.

6. Silion T., Boți N., *Considerații privind condițiile de fundare în raza municipiului Iași.* The III-rd Conference of Geotehnics and Foundations, Timișoara, 1975.
7. Andrei S., *Apa în pămînturile nesaturate.* Ed. Tehn., Buc., 1967, 261—296.
8. Silion T., Boți N., Ivășcanu E., *Contribuții la studiul chimico-mineralogic al stratului de fundare în lunca rîului Bahlui.* Bul. Inst. polit., Iași, XVIII (XXII), *3—4*, s. V (1972).
9. Rowe P. W., *The Relevance of Soil Fabric to Site Investigation Practice.* Geotechnique, 22, *2*, 195 (1972).

## CARACTERISTICI FIZICE ȘI MECANICE ALE ARGILEI DE IAȘI

(Rezumat)

Terenul de fundație din șesul rîului Bahlui, în zona orașului Iași, este alcătuit din argile grase și argile. Se studiază proprietățile argilelor existente în această regiune și se compară cu argilele existente în diferite părți ale lumii.

Primele cercetări au avut drept scop determinarea caracteristicilor fizice și mecanice ale argilei studiate. De asemenea, caracteristicile chimice și mineralogice au arătat că mineralele argiloase predominante conținute în argilele cercetate sînt din grupa montmorillonitului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D. C. 624.02; 547.945

# ON FLEXURAL BEHAVIOUR OF SANDWICH PANELS WITH FOAM-IN-PLACE POLYURETHANE CORE AND LIGHT-GAGE COLD-FORMED STEEL PLATES

BY

N. ȚĂRANU, M. BUDESCU and LIVIU GROLL

## 1. Introduction

There is an increasing interest nowadays in the use of sandwich panels with light-gage cold-formed galvanized steel facings. In recent years many such elements are used in industrial, commercial and agricultural constructions as building enclosures ; therefore sandwich panels appear to have gained a recognised use. Among their main advantages can be mentioned, namely: high structural efficiency, very good thermal insulation properties, good surface finish and resistance to local deformations, ease of mass production, transportability, durability and reusability [2], [3].

Some experimental data, concerning flexural properties, are given in these paper.

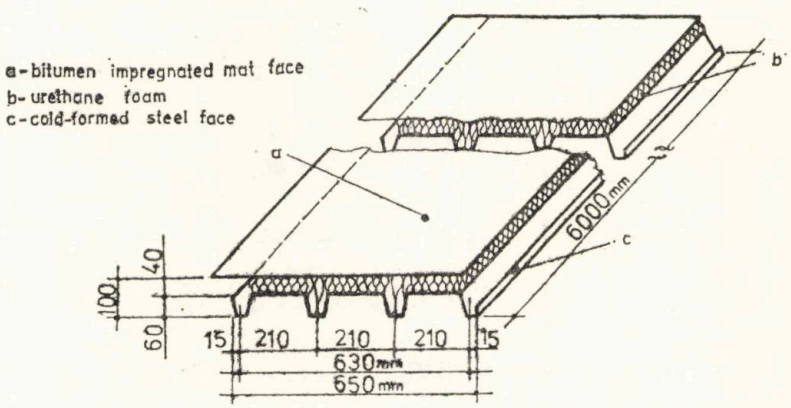



Fig. 1. — Sandwich panel of cold-formed galvanized steel facing and urethane foam core.

The sandwich panels (Fig. 1) have been formed at ICPMC, Bucharest, using a metallic mold designed at the Polytechnic Institute of Jassy, Department of Civil Engineering.

The upper face was from bitumen impregnated glass mat, the bottom facing was a galvanized cold formed steel sheet, the core beeing a foam-in-place rigid polyurethane.

The test specimen, a panel 6 000 mm long × 600 mm wide was subjected to uniform transverse loading on two spans. Deflection readings were taken at quarters and middle of the span.

Experimental and theoretical deflections are in good agreement and the maximum relative deflection is far below allowed value for roof panels.

## 2. Theory. Stresses and Deflections

The assumptions on which the analysis is based are the following :

a) The Young's modulus of the galvanized facing is much larger than that of the core, therefore this layer withstands the entire flexural stresses, and the core carries no longitudinal stresses.

b) Between the core and the steel face exists an adequate adhesion, and the sandwich element acts as an unit, being effective about a common neutral axis.

c) The upper bitumen impregnated glass mat facing does not contribute to the flexural rigidity and may consequently be neglected.

d) The shear stresses are mostly carried by the steel plate corrugations (unlike the sandwich panels with two flat facings).

The sandwich panel can be considered a wide composite beam and its flexural rigidity about the centroidal axis of the entire cross-section (Fig. 2) is given by :

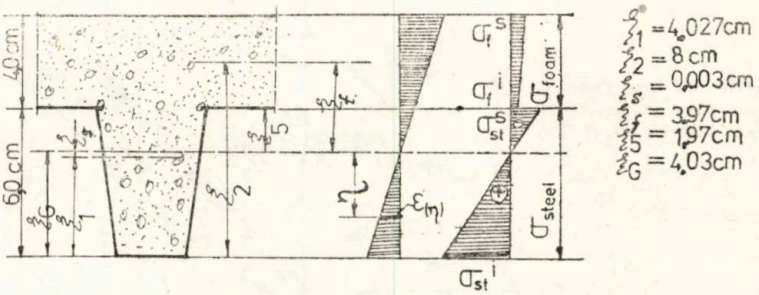



Fig. 2. — Notation for equation (1).

$$D = I_{f,0} E_f + A_f \xi_f^2 E_f + I_{s,0} E_s + A_s \xi_s^2 E_s \,, \tag{1}$$

where : $D$ — flexural rigidity of the sandwich, $I_{f,0}$ — moment of inertia of the foam core about its own centroidal axis, $I_{s,0}$ — moment of inertia of cold formed steel facing about its centroidal axis, $E_f$, $E_s$ — elastic moduli of foam core and steel facing respectively, $A_f$, $A_s$ — cross sections areas of foam core and cold formed steel plate, $\xi_f$ — distance from neutral axis of panel to centroidal axis of core, $\xi_s$ — distance from neutral axis of panel to centroidal axis of the steel facing.

The geometrical and mechanical characteristics introduced in the above equation were: $E_f = 70$ daN/cm², $E_s = 2\,100\,000$ daN/cm², $A_f = 240$ cm², $A_s = 10$ cm², $I_{s,0} = 46.8$ cm⁴.

Using formula (1) the computed flexural rigidity, $D = 9.828 \times 10^7$ daN.cm², the first and the second terms amount less than 0.3% of the next terms and may be neglected, because the error introduced by neglecting the foam contribution is not significant.

The stress in the foam core and the steel face may by determined using the ordinary bending theory for the composite cross-section of the sandwich panel [1].

Assuming that the sections remain plane and perpendicular to the longitudinal axis, the strain, $\varepsilon$, at a distance $\eta$ from the centroidal axis (Fig. 2) is:

$$\varepsilon = \frac{M}{D}\,\eta. \tag{2}$$

The bending stress at any level (Fig. 2) may then be computed multiplying this strain by the appropriate modulus of elasticity, i.e.:

a) in steel face under the neutral axis:

$$\sigma_s^i = \frac{M}{D}\,\eta\,E_s, \text{ when } 0 < \eta \leqslant -\xi_G; \tag{3a}$$

b) in steel face above the neutral axis:

$$\sigma_s^s = \frac{M}{D}\,\eta\,E_s, \text{ for } 0 \leqslant \eta \leqslant \xi_5; \tag{3b}$$

c) in the foam core:

$$\sigma_f = \frac{M}{D}\,\eta\,E_f, \quad \text{when} \quad \xi_5 \leqslant \eta \leqslant \xi_5 + 4 \text{ cm}. \tag{3c}$$

Subjected to transverse loads the two spans panel deflects in a cylindrical manner. Since the cold formed steel plate provides almost the entire flexural rigidity and the stresses are below the elastic limit, the moment — curvature relationship can be assumed as linear.

Then, moment $M(x)$ is related to deflection $y$ by

$$M(x) = -D\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}, \tag{4}$$

where $x$ is the distance from the left support where the deflection $y$ is calculated.

Taking the span $2-3$ (Fig. 3), the bending moment at a distance $x$ from the left support is:

$$M(x) = \frac{5ql}{8}\,x - \frac{ql^2}{8} - \frac{qx^2}{2}, \tag{5}$$

where $q$ is the uniform load, and $l$ — the span length.

By integrating equation (5) two times and using the boundary conditions, the deflections at any point at a distance $x$ from the left support is given by :

$$y = \frac{q}{24D}(2x^4 - 5l^3x + 3l^2x^2). \tag{6}$$

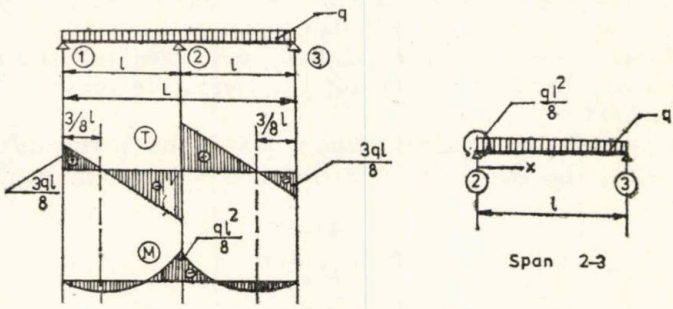



Fig. 3.— Method of testing the complete panel under a uniformly distributed load.

The deflection reaches a maximum at $x = 0.577\,l$, from the left support.

## 3. Test Procedure

Testing methodology was chosen in such a way that the behaviour of the individual panels used as wall elements under wind load, or roff elements under snow load could be studied.

The supports were made of I or ⌶ steel sections usualy used as purlins [4].

Table 1

| Nr. | Load | On the interior support | | | | Section with maximum positive bending moment ($x = 0.577l$) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Stresses, [daN/cm²] | | | | Stresses, [daN/cm²] | | | |
| | daN/m² | $\sigma^i_{st}$ | $\sigma^s_{st}$ | $\sigma^i_f$ | $\sigma^s_f$ | $\sigma^i_{st}$ | $\sigma^i_{st}$ | $\sigma^i_f$ | $\sigma^s_f$ |
| 1 | 20 | — 116 | 57 | 0.0019 | 0.0057 | 65 | — 32 | —0.0011 | —0.0032 |
| 2 | 40 | — 233 | 114 | 0.0038 | 0.0115 | 130 | — 64 | —0.0021 | —0.0064 |
| 3 | 60 | — 349 | 170 | 0.0057 | 0.0172 | 195 | — 95 | —0.0032 | —0.0096 |
| 4 | 80 | — 465 | 227 | 0.0076 | 0.0229 | 260 | — 127 | —0.0042 | —0.0129 |
| 5 | 100 | — 581 | 284 | 0.0095 | 0.0287 | 326 | — 159 | —0.0053 | —0.0161 |
| 6 | 120 | — 698 | 341 | 0.0114 | 0.0344 | 391 | — 191 | —0.0063 | —0.0193 |
| 7 | 140 | — 814 | 398 | 0.0133 | 0.0402 | 456 | — 223 | —0.0074 | —0.0225 |

Deflections readings were taken by means of dial indicators, having a reading precission of 0.01 mm, located as mentioned in Table 2.

Experimental work was performed under laboratory temperature and humidity conditions.

**Table 2**

| Nr. | Load $q$ daN/m² | Span length cm | Deflection at | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $l/4$ cm | $l/2$ cm | $3l/4$ cm | $x = 0.577\ l$ cm |
| 1 | 20 | | 0.024 | 0.052 | 0.043 | 0.054 |
| 2 | 40 | | 0.048 | 0.103 | 0.087 | 0.107 |
| 3 | 60 | | 0.072 | 0.155 | 0.130 | 0.161 |
| 4 | 80 | 300 | 0.096 | 0.206 | 0.174 | 0.214 |
| 5 | 100 | | 0.121 | 0.258 | 0.217 | 0.268 |
| 6 | 120 | | 0.145 | 0.309 | 0.261 | 0.321 |
| 7 | 140 | | 0.169 | 0.361 | 0.304 | 0.375 |

## 4. Experimental Results. Conclusions

Theoretical computations were made to determine deflection according to Table 2, and stresses on the cross section layers, (Table 1).

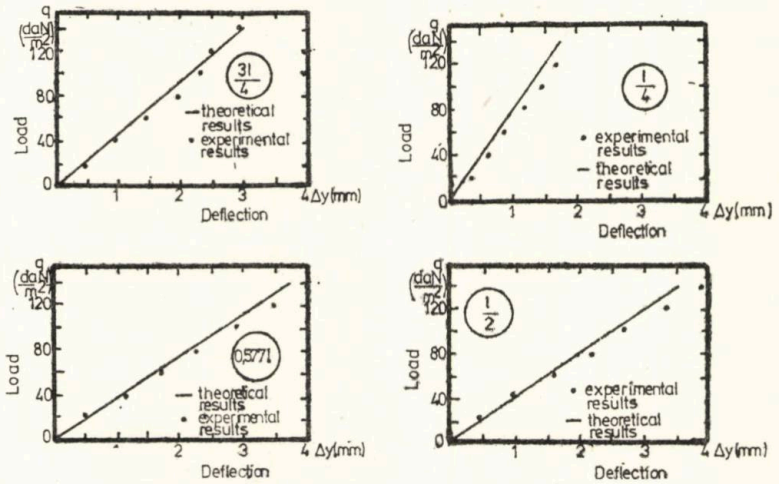



Fig. 4. — Load versus deflection for the sandwich panel under uniformly distributed load.

Load versus deflection is plotted in Fig. 4, for a load step of 20 daN/m² up to 140 daN/m². Theoretical and experimental results are also shown in Fig. 4.

As it can be seen there is quite a good agreement between theoretical and experimental results.

Therefore Eqs. (1) and (2) can be successfully used for flexural rigidity and deflection computation.

Experimental tests under progress at the time being will bring new information on long term flexural behaviour of panels analyzed in this paper under short term uniform transverse load.

*Received, October 19, 1978*

*Polytechnic Institute, Jassy,*
*Department of Civil and Industrial Engineering*

## REFERENCES

1. Allen H. G., *Analysis and Design of Structural Sandwich Pannels.* Pergamon Press, 1969.
2. Hartsock J. A., Chong K. P., *Analysis of Sandwich Panels with Formed Faces.* ASCE Journal of the Structural Division, **102**, *ST4*, 808—804 (1976).
3. Plantema E. J., *Sandwich Constructions.* J. Wiley a. Sons, New York, 1966.
4. Țăranu N., Budescu M., Ciobanu I., *Studiul comportării unor panouri sandviș din tablă cutată și spumă poliuretanică rigidă.* Contract, Polyt. Inst. Jassy— ICPMC Bucharest, nr. *16 162*, (1977).

## ASUPRA COMPORTĂRII LA ÎNCOVOIERE A UNOR PANOURI SANDVIȘ DIN TABLĂ CUTATĂ ȘI SPUMĂ POLIURETANICĂ RIGIDĂ

(Rezumat)

Se efectuează analiza teoretică și experimentală a unor panouri sandviș din tablă cutată și spumă poliuretanică rigidă.

Experimentările efectuate în condiții apropiate celor de exploatare pentru elementele de închidere de acoperișuri și pereți au relevat corectitudinea relațiilor propuse pentru determinarea săgeților la încovoiere din sarcini transversale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625.8

# ÎMBRĂCĂMINTE RUTIERĂ NERIGIDĂ DIN MIXTURĂ BITUMINOASĂ CU GRANULIT

DE

HORIA ZAROJANU, ZAHARIE SALINIUC și I. GHIȚĂ

## 1. Generalități

Modernizarea drumurilor publice din țara noastră impune folosirea unor cantități mari de agregate minerale, ponderea cea mai mare fiind reprezentată de drumurile locale. Întrucît județul Iași este unul din județele deficitare în agregate minerale, înlocuirea parțială a agregatelor minerale prezintă o importanță economică evidentă. În scopul determinării admisibilității folosirii granulitului ca înlocuitor parțial al agregatelor minerale (cribluri) din cadrul mixturilor bituminoase utilizate la drumurile locale, Institutul politehnic din Iași, în colaborare cu Direcția județeană de drumuri și poduri, Iași, a experimentat o îmbrăcăminte rutieră cu agregate artificiale ușoare de tipul granulitului (granulit de Iași).

În țara noastră s-au mai efectuat studii pentru mixturi bituminoase cu granulit de Lugoj de către D.D.P. Timișoara [1], rezultînd admisibilitatea, în principiu, a acestui tip de îmbrăcăminte rutieră.

## 2. Caracteristicile fizico-mecanice ale granulitului de Iași [2]

a) Forma granulelor: $b/a = 0{,}79$; $c/a = 0{,}56$. Limite de variații între 0,50...1,00 pentru raportul $b/a$ și între 0,35...0,84 pentru raportul $c/a$. Ultima gamă de valori arată că nu se întîlnesc granule plate care să conducă la o comportare necorespunzătoare.

Raportul $b/a$ este preponderent, corespunzător grupei criblură, valorile minime satisfăcînd condițiile pentru grupa piatră spartă.

b) Densitatea în grămadă, în stare uscată, afînată, 980 daN/m³.

c) Densitatea în grămadă, în stare uscată, îndesată, 995 daN/m³.

d) Densitatea aparentă, 1 595 daN/m³.

e) Pierdere 0,2% prin fierbere (STAS 2 385-65).

f) Absorbția de apă, între 6,5% la 1/2 oră și 9,86% la 48 ore imersare.

g) Rezistența la strivire, 52 daN/cm² (STAS 2 386-73).

Încercările s-au efectuat asupra sortului 7...16 mm cu excepția încercării de la punctul b) (pentru fracțiunea 0...30 mm).

### 3. Granulozitatea granulitului şi a amestecului total

Granulozitatea sorturilor de granulit folosit şi a amestecului total, pe tipuri de mixturi bituminoase, sînt arătate în tabelul 1, cu menţiunea că se asigură încadrarea în totalitate în zonele granulometrice recomandate pentru mixturile cu agregate minerale.

**Tabelul 1**

*Granulozitatea agregatelor artificiale şi a amestecurilor totale*

| Nr. crt. | Materialul | % trecut prin ciurul (sita), [mm] | | | | | | | | Observaţii |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 31 | 25 | 16 | 8 | 3,15 | 1 | 0,2 | 0,09 | |
| 1 | Granulit de Iaşi, sort 16...31 mm | 100 | 97,35 | 8,73 | 1,01 | 0,44 | 0,12 | — | — | pentru binder |
| 2 | Granulit de Iaşi, sort 7...16 mm | 100 | 100 | 92,75 | 13,73 | 0,41 | 0,19 | 0,09 | — | pentru binder şi uzură |
| 3 | Amestec total pentru binder | 100 | 99,10 | 66,38 | 35,28 | 29,80 | 28,29 | 6,91 | 2,06 | binder de granulit |
| 4 | Amestec total pentru uzură | 100 | 100 | 98,35 | 80,16 | 73,59 | 61,34 | 24,60 | 12,16 | beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură |

### 4. Reţete adoptate

În urma încercărilor mixturilor în diverse variante de agregate minerale şi granulit s-au adoptat mixturile menţionate în tabelul 2, pentru care au rezultat caracteristicile fizico-mecanice prezentate în tabelul 4.

**Tabelul 2**

*Reţete adoptate pentru mixturile bituminoase*

| Nr. crt. | Destinaţia mixturii | Tipul mixturii | % din amestecul total | | | | | Bitum % | Observaţii |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Granulit | | Nisip | | Filer | | |
| | | | 7...16 mm | 16...31 mm | natural | de concasaj | | | |
| 1 | uzură | B.a.a.m.s.c. | 23 | — | 36 | 29 | 12 | 7,5 | tabelul 1 pct. 4 |
| 2 | binder | binder de granulit | 36 | 34 | 28 | — | 2 | 5,5 | tabelul 1 pct. 3 |

În tabelul 3 se prezintă unele caracteristici pentru liantul şi filerul folosite. Rezultă o stabilitate corespunzătoare atît la exprimarea prin $R_c$ cît şi stabilitatea Marshall, iar rezistenţa $R_{c50}$ este satisfăcătoare, pentru stratul de uzură şi condiţiile unor presiuni mari în pneuri.

**Tabelul 3**

*Caracteristici ale materialelor folosite*

| Bitum | | | Filer | |
|---|---|---|---|---|
| Proveniența | Penetrație | I.B. °C | Proveniența | % sub 90 μ |
| Rezidual Ploiești | 88 | 49 | Murfatlar cretă măcinată | 71 |

**Tabelul 4**

*Caracteristici fizico-mecanice ale mixturilor adoptate*

| Nr. crt. | Destinația mixturii | Caracuteristici mecanice | | | | | Caracteristici fizice | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $R_{c22}$ daN/cm² | $R_{c50}$ daN/cm² | Coef. de termo-stabilitate | Stabilitatea Marshall | Indice de curgere Marshall | ρ daN/m³ | Absorbția apă | Umflare | Redue. rezist. la 28 zile % |
| 1 | uzură | 34,07 | 9,42 | 3,62 | 800 | 3,0 | 1 960 | 9,22 | 1,36 | 28,6 |
| 2 | binder | 15,37 | 4,13 | 3,71 | 350 | 2,8 | 1 620 | 18,75 | — | — |

Raportul în care se află absorbția de apă și umflarea justifică încercări ulterioare prin sporirea dozajului de bitum pentru umplerea parțială a volumului existent de goluri pînă la limita admisă prin scăderea stabilității.

Reducerea rezistenței $R_c$ prin imersare justifică și încercări ulterioare cu înlocuirea parțială a filerului de calcar cu filer de var stins.

## 5. Programul de experimentare adoptat

Mixturile studiate au fost experimentate pe un sector integrat D. J. Scînteia—Șcheia, (km 3+500 ... km 3+650), în secțiune curentă. Drumul deservește un trafic mediu zilnic anual de 484 vehicule fizice (1975).

Elemente geometrice: 6,00 m partea carosabilă; rampă sub 2% (scurgerea apelor superficiale este asigurată în bune condițiuni, deși sectorul este în profil mixt); sectorul nu este înzăpezibil.

Fundația sistemului rutier este realizată din piatră spartă, în grosime de 20 cm, bine consolidată, sub circulație.

Alcătuirea variantelor de îmbrăcăminte este arătată în tabelul 5 (lungimea unui tronson este de circa 50 m).

**Tabelul 5**

*Alcătuirea îmbrăcămintii pe tronsoanele experimentale*

| Nr. crt. | Denumirea stratului | Tronson I | Tronson II | Tronson III | Observații |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Uzură | cu granulit | cu granulit | mortar asfaltic | 2,5 cm grosime |
| 2 | Binder | de mărgăritar | de granulit | de granulit | 4 cm grosime |

## 6. Concluzii

Referitor la prepararea mixturilor și execuția straturilor :

a) Se obține o omogenitate corespunzătoare mixturilor clasice.

b) Compactarea trebuie efectuată la temperaturi ușor inferioare celor pentru operații cu cilindri compresori cu fețe netede. Se recomandă, față de frecarea prezentată de forma rotunjită a granulelor, folosirea unei presiuni variabile în timpul compactării ceea ce s-ar putea obține prin utilizarea compactorilor pe pneuri.

c) Pe șantier trebuie să se dispună de utilaje de compactare în număr corespunzător deoarece răcirea mixturii în strat este accelerată față de cazul mixturilor clasice.

d) Suprafațarea stratului de uzură se obține la nivelul îmbrăcăminților de tip clasic (verificarea s-a efectuat cu viagraful de tip românesc).

e) În condițiile în care volumul de goluri corespunde valorilor din tabelul 4 se justifică execuția unei badijonări.

Referitor la utilitatea folosirii mixturilor bituminoase cu granulit :

a) În condițiile deficitului de agregate minerale posibilitatea oferită de înlocuirea parțială sau totală a agregatului mineral prezintă o deosebită utilitate în special pentru drumurile din rețeaua locală.

b) Observațiile ulterioare ale comportării tronsoanelor experimentale vor putea stabili domeniul de valabilitate al acestor mixturi — strat de uzură și binder, eventual limitarea la folosirea granulitului numai pentru stratul de binder.

*Primită la 5 decembrie 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de căi de comunicații și fundații*
*și*
*Direcția județeană de drumuri și poduri, Iași*

### BIBLIOGRAFIE

1. Bilțiu A., *Mixturi asfaltice cu agregate artificiale ușoare.* A II-a sesiune de comunicări științifice, D.D.P., Timișoara, 1976.
2. Trelea A., Groll L., Gemeniuc Gh., *Îmbunătățirea metodologiei de determinare a compoziției și caracteristicilor betonului proaspăt realizat cu agregate ușoare.* Referat de cercetare științifică, Faza II-a, Inst. polit., Iași, 1975.

### ДОРОЖНОЕ НЕЖЕСТКОЕ ПОКРЫТИЕ ИЗ БИТУМНОЙ СМЕСИ С ЛЕГКИМ МИНЕРАЛЬНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

(Резюме)

Представлены предворительные искания программа исследовании и полученные результаты для опытного участка с дорожным покрытием из битумных смесей с легким минеральным заполнителем.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625.8

# MARCAJE ORIZONTALE LA DRUMURI

## NOTA III

## STUDII PRIVIND OBŢINEREA UNOR MIXTURI TERMOPLASTICE COLORATE

DE

BENIAMIN WEINŞTEIN, DAN POPOVICI, I. HÎRHUI şi GH. GUGIUMAN

## 1. Introducere

Este cunoscută importanţa marcajelor rutiere pentru buna desfăşurare a traficului rutier, pentru fluenţa şi siguranţa acestuia [3] ... [7].

În primele două note, apărute anterior în *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*, se expun principalele metode de marcare [1] şi studiile întreprinse de autori pentru realizarea unui liant termoplastic, care să poată fi utilizat la prepararea mixturilor termoplastice colorate pentru marcaje rutiere [2].

Lucrarea de faţă reprezintă rezultatul cercetărilor întreprinse la Institutul politehnic din Iaşi, în scopul obţinerii mixturilor termoplastice colorate (M. T. C.). care să corespundă condiţiilor impuse pentru a fi utilizate la execuţia marcajelor rutiere şi anume: culoare, caracteristici fizico-mecanice etc. [2].

## 2. Compoziţia mixturii

### 2.1. Alegerea materialelor

În vederea stabilirii compoziţiei mixturii, o primă sarcină a fost aceea de a alege materiale care să permită realizarea unor mixturi de culoare albă şi galbenă, culori admise de reglementările în vigoare pentru marcaje rutiere. În acest scop s-au ales: a) ca agregat mineral, nisipul de concasaj din marmură albă, datorită atît caracteristicilor fizico-mecanice ale rocii, apropiate de cele ale agregatelor rutiere, cît şi unei culori deschise, care să favorizeze obţinerea culorii dorite pentru mixtură; b) ca liant, un amestec de răşini cu proprietăţi termoplastice şi grad de transparenţă ridicat, prezentat în Nota anterioară [2] şi c) un pigment, care să asigure obţinerea culorii cerute mixturii: bioxid de titan pentru mixtura albă, respectiv oxid de crom pentru mixtura galbenă.

### 2.2. Studiul compoziției mixturii

Într-o primă fază încercările pentru stabilirea compoziției mixturii s-au efectuat folosind un amestec mineral compus din 90% agregat cu granulozitatea 0...5 mm și 10% pigment.

S-au întreprins astfel o serie de încercări, constituite, în principal, din determinarea rezistențelor la compresiune, ceea ce a permis precizarea unor limite de lucru în ceea ce privește dozajul de liant, precum și caracteristicilor necesare liantului.

Pe această bază s-au realizat în continuare încercări pe mixturi, luîndu-se în considerare două variabile : a) rețeta liantului (caracterizată prin penetrație) ; b) procentul de liant, raportat la masa mixturii.

Dintr-o gamă largă de încercări s-au reținut rezultatele obținute pe mixturi cu trei procente de liant și trei rețete ale liantului, determinîndu-se rezistențele la compresiune la 22°C ($R_{c22}$) și la 50°C ($R_{c50}$), absorbția de apă în volum ($A_v$) și densitatea aparentă ($\gamma$).

Principalele rezultate se prezintă în tabelul 1 și fig. 1.

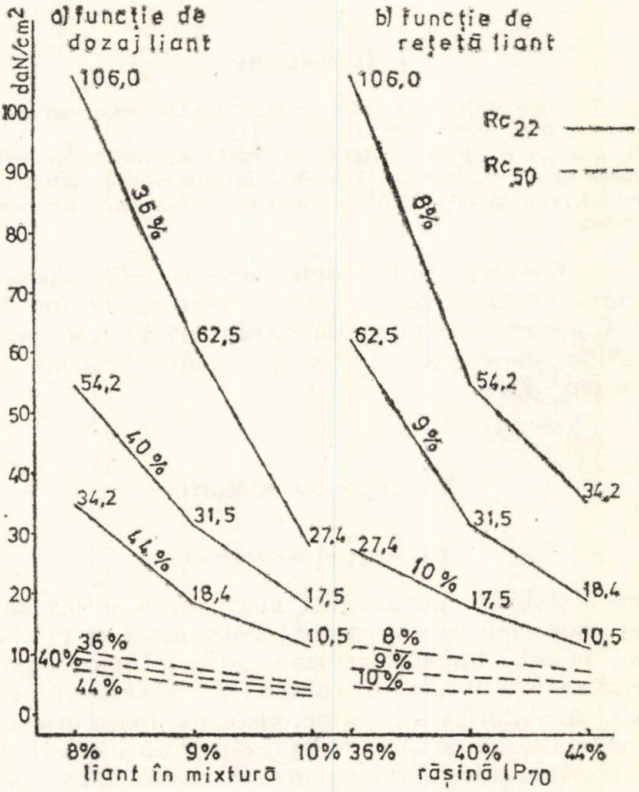



Fig. 1. — Variația rezistențelor la compresiune la 22°C și 50°C funcție de rețeta liantului și de procentul liantului în masa mixturii.

Tabelul 1

| Dozaj liant % din mixtură | Rețeta liantului (penetrația liantului) / Caracteristici*) | % răşină IP 70 în liant | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 36 $P$ = 78 1/10 mm | 40 $P$= 130 1/10 mm | 44 $P$= 224 1/10 mm |
| 8 | $R_{c22}$, [daN/cm²] | 106,0 | 54,2 | 34,2 |
| | $R_{c50}$, [daN/cm²] | 10,8 | 9,1 | 7,9 |
| | $A_v$, [%] | 6,20 | 6,42 | 6,85 |
| | $\gamma$, [g/cm³] | 2,285 | 2,281 | 2,278 |
| 9 | $R_{c22}$, [daNcm²] | 62,5 | 31,5 | 18,4 |
| | $R_{c50}$, [daN/cm²] | 6,7 | 5,8 | 5,4 |
| | $A_v$, [%] | 3,20 | 3,31 | 3,48 |
| | $\gamma$, [g/cm³] | 2,320 | 2,320 | 2,318 |
| 10 | $R_{c22}$, [daN/cm²] | 27,4 | 17,5 | 10,5 |
| | $R_{c50}$, [daN/cm²] | 3,9 | 3,6 | 3,2 |
| | $A_v$, [%] | 0,78 | 0,92 | 1,05 |
| | $\gamma$, [g/cm³] | 2,356 | 2,352 | 2,347 |

*) Caracteristicile au fost determinate pe epruvete cubice cu latura de 70,7 mm.

Analiza rezultatelor pune în evidență o variație normală a caracteristicilor în raport cu rețeta liantului și cu procentul acestuia în masa mixturii și anume : a) rezistențele la compresiune (atît la 22°C cît și la 50°C) scad odată cu creșterea penetrației liantului și cu creșterea procentului de liant în mixtură ; b) absorbția de apă variază nesemnificativ în raport cu rețeta liantului, scăzînd însă în mod constant odată cu creșterea procentului de liant în mixtură.

Dozajele de liant de 9 % ($P$ = 130 1/10 mm), respectiv 10 % ($P$ = 78 1/10 mm), permit obținerea unor mixturi cu caracteristici similare celor ale mixturilor bituminoase, în timp ce mixturile cu dozaj de liant de 8 %, deși prezintă rezistențe la compresiune comparabile cu cele ale mixturilor bituminoase ($R_{c22}$ = 34,2 daN/cm² la $P$ = 224 1/10 mm) au absorbția ridicată.

Aceste observații au condus la adoptarea următoarei rețete pentru mixturile termoplastice colorate, în vederea folosirii lor la execuția marcajelor rutiere pe îmbrăcăminți asfaltice noi [8], [9]: a) 90 %...91 % amestec mineral, din care 10 % este pigment alb (la mixtura albă), respectiv 5...7 % pigment galben (la mixtura galbenă) și restul pînă la sută nisip de marmură albă cu granulozitatea 0...5 mm ; b) 9...10 % liant termoplastic.

Experimentări la scară naturală privind execuția marcajelor rutiere cu această mixtură, precum și comportarea în timp, sub circulație, a acestora, au condus la rezultate bune.

Totodată s-a stabilit că, din condiția de eficiență economică maximă, rezultă necesitatea realizării marcajului în strat de grosime redusă (5...8 mm). Această nouă condiție a impus continuarea cercetărilor, în direcția folosirii agregatului cu granulozitate mai fină, în limitele 0...3 mm.

S-a menținut dozajul de pigment la valoarea de 10 % din masa amestecului mineral, dozaj care asigură obținerea unei culori corespunzătoare,

iar rețeta liantului a fost astfel adoptată încît să se obțină o penetrație de 130...140 1/10 mm, asigurîndu-se astfel lucrabilitatea mixturii.

Rezultatele obținute pe acest tip de mixturi sînt prezentate în tabelul 2.

**Tabelul 2**

| Caracteristici / % liant | $R_{c22}$ daN/cm² | $R_{c50}$ daN/cm² | $A_v$ % | $\gamma$ g/cm³ | Umflare % | Reducerea rezistenței la 28 zile în apă % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 44,80 | 4,18 | 15,41 | 2,126 | 6,5 | 45 |
| 8 | 50,25 | 6,47 | 6,30 | 2,284 | 3,7 | 35 |
| 9 | 33,95 | 7,40 | 3,27 | 2,350 | 2,6 | 22 |
| 10 | 28,40 | 6,35 | 0,74 | 2,389 | 0,6 | 8 |
| 11 | 23,05 | 6,10 | 0,51 | 2,353 | 0,9 | 24,5 |
| 12 | 19,66 | 5,75 | 0,20 | 2,354 | 4,0 | 48,5 |

Se constată o variație logică a caracteristicilor funcție de procentul liantului în mixtură, configurînd rezultatele obținute pe mixturile pînă la 5 mm. Din punct de vedere al rezistențelor la compresiune, absorbției de apă și umflării, se constată un interval utilizabil între 9...11 % liant, stabilindu-se procentul optim de liant la 10 %.

## 3. Concluzii

Avînd în vedere rolul mixturii termoplastice ca marcaj rutier înglobat în îmbrăcămintea asfaltică, din domeniul foarte larg al mixturilor studiate se poate extrage un interval mai restrîns pentru dozaj, căruia să-i corespundă caracteristici fizico-mecanice cît mai apropiate de cele ale mixturilor bituminoase folosite în stratul de uzură al îmbrăcămințiii drumurilor.

Astfel, se recomandă pentru dozajul de liant, intervalul 9,5...10,5 %, cu o penetrație de 130...140 1/10 mm. În acest interval se obțin următoarele valori pentru principalele caracteristici fizico-mecanice ale mixturii, comparabile cu cele ale unui mortar bituminos [10] :

$$R_{c22} = 25...35 \text{ daN/cm}^2; \quad R_{c50} = 4...8 \text{ daN/cm}^2; \quad A_v = 0{,}6...2{,}5\,\%;$$

$$\gamma = 2{,}35...2{,}38 \text{ g/cm}^3.$$

Primele experimentări pe tronsoane de drum au relevat comportarea bună a marcajelor rutiere în exploatare, sub aspectul conlucrării cu suportul asfaltic, a păstrării formei și culorii.

*Primită la 18 octombrie 1978*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Catedra de căi de comunicații și fundații*

## BIBLIOGRAFIE


1. Weinştein B., Gugiuman Gh., Popovici D., Hîrhui I., *Marcaje orizontale la drumuri (I)*. Bul. Inst. polit., Iaşi, XXI (XXV), *3—4*, s. V (1975).
2. Weinştein B., Popovici D., Gugiuman Gh., Hîrhui I., *Marcaje orizontale la drumuri (II)*. Bul. Inst. polit., Iaşi, XXIV (XXVIII), *1—2*, s. V (1978).
3. Tamm M., Walter G., *Erfahrungen mit weissen Markierungsmaterialien im Laboratorium und in der Praxis*. Die Strasse, *4* (1967).
4. Simon M., *A szines-asfalt utburkolati jelzesek*. Méliépités-tudomayi szemle, XIV, *1* (1964).
5. * * * *Segnaletica stradale orizontale: criteri di scelta dei materiali e loro installazione*. Le Strade, *1* (1960).
6. * * * *I conglomerati bianchi e i passaggi pedonali*. Asfalti, Bitumi, Catrani, *1* (1963).
7. Campbell S. C., *Developments in the Manufacture and Application of Proad and Airfield Markings*. Chemistry a. Industry, *33* (1968).
8. Weinştein B., Gugiuman Gh., Popovici D., *Mixtură termoplastică albă pentru marcaje rutiere*. Brevet de invenţie, nr. *57 928*, O. S. I. M., 1974.
9. Weinştein B., Popovici D., Gugiuman Gh., *Mixtură termoplastică galbenă pentru marcaje rutiere*. Brevet de invenţie, nr. *65 030*, O. S. I. M., 1974.
10. * * * *Îmbrăcăminţi bituminoase cilindrate executate la cald*. S.T.A.S., 174-73.


## MARQUAGES HORIZONTAUX POUR LES ROUTES (III)


(Résumé)

Sont présentés les résultats des recherches effectuées en vue de l'obtention des mixtures thermoplastiques colorées pour les marquages routiers. Ces mixtures colorées (blanches et jaunes), continennent un agrégat minéral de couleur claire, un liant thermoplastique et un pigment.

Elles ont des caractéristiques physico-mécaniques proches de celles des mixtures bitumineuses, ce qui leur confère une collaboration satisfaisante avec le support asphaltique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIV (XXVIII), Fasc. 3—4, 1978
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625.8; 669.046.58

# ZGURILE SIDERURGICE — MATERIALE PENTRU CONSTRUCŢIA STRATURILOR RUTIERE (I)

DE

BENONIA COSOSCHI

## 1. Introducere

Începînd din anul 1975, în cadrul Facultăţii de construcţii din Iaşi se desfăşoară studii sistematice privind utilizarea zgurilor siderurgice în construcţia straturilor rutiere.

S-a adoptat denumirea de zguri siderurgice pentru substanţele reziduale rezultate la elaborarea fontei şi oţelului, altele decît funinginea şi gazele.

În ţara noastră, în speţă la Combinatul siderurgic, Galaţi, zgurile rezultate de la elaborarea fontei brute în furnale înalte şi a oţelului în cuptoare electrice utilizînd procedeul L.D., se constituie în produse auxiliare şi deşeuri ale industriei siderurgice, după cum urmează :

a) Zgura de furnal se întîlneşte sub două forme, în funcţie de modul de răcire a topiturii de zgură şi anume, zgura granulată, rezultată prin răcirea bruscă, cu apă din abudenţă, constituind un produs auxiliar datorită utilizării i sale masive în industria cimentului şi zgura cristalizată, rezultată prin răcirea lentă în aer, care se depozitează în halde şi constituie un deşeu.

b) Zgura de oţelărie se întîlneşte numai sub forma cristalizată, rezultînd prin răcirea lentă în aer. Aceasta se depozitează în halde constituind, de asemenea, un deşeu.

## 2. Materiale rutiere din zguri siderurgice

Din studiile şi experimentările efectuate rezultă că zgurile siderurgice se pot utiliza la construcţia straturilor rutiere, în concordanţă cu proprietăţile lor fizico-chimice şi mecanice şi anume :

1° Zgura granulată de furnal, care se prezintă sub forma unui material granular de dimensiuni 0/15 mm (din care circa 80% sub 3 mm), de culoare gri-gălbuie, cu densitatea în vrac sub 1,0 t/m³, are o compoziţie chimică metastabilă şi se poate utiliza în substraturi izolatoare şi în straturi de bază şi de fundaţie alcătuite după principiul betonului, sub forma aşa-numitelor materiale stabilizate cu zgură granulată, în care caz zgura granulată joacă un dublu rol, de liant hidraulic cu priză lentă şi de adaus granulometric.

Priza lentă a zgurii granulate este condiţionată de prezenţa unui mediu bazic apos [1], care se realizează prin adăugarea în amestec a circa 1% var (recomandabil stins în praf), avînd rol de catalizator şi prin conţinutul de apă necesar compactării în strat rutier.

Agregatele folosite pentru stabilizări cu zgură granulată pot fi : piatra spartă, zgura cristalizată, balastul, deşeurile de carieră, nisipurile etc.

Rezistența materialelor stabilizate cu zgură granulată depinde de: a) dozajul de zgură granulată și calitatea acesteia; b) granulozitatea și natura mineralogică a agregatelor; c) conținutul de elemente concasate în agregate; d) umiditatea și temperatura pe durata prizei; e) gradul de compactare.

2° Zgura cristalizată de furnal, care se prezintă sub forma unui material pietros, eterogen ca textură, culoare și dimensiuni și cu incluziuni metalice și de șamot. Prin sortarea și concasarea acestui deșeu se pot obține agregate avînd o compoziție chimică practic stabilă și proprietăți fizico-mecanice comparabile cu cele ale agregatelor din piatră naturală. Astfel de agregate se pot utiliza în straturi de fundație, de bază și de îmbrăcăminte alcătuite după principiul betonului, justificat de existența în masa agregatului a granulelor cu rezistențe mecanice diferite și a proprietăților hidraulice potențiale, favorizate de prezența apei și a unui modul de finețe cît mai ridicat [2], [3].

3° Zgura proaspătă de oțelărie, care are o compoziție chimică eterogenă și instabilă (conține oxizi de calciu și magneziu liberi), din care cauză trebuie prelucrată și utilizată numai după menținerea în haldă cel puțin un an [4]...[6], timp în care, sub influența factorilor climatici, are loc dezagregarea și separarea părților stabile de cele mai puțin stabile. În haldă, această zgură se prezintă ca un material granular, foarte eterogen ca textură, culoare și dimensiuni, cu frecvente incluziuni metalice și de șamot, avînd un grad de mărunțire mai mare decît zgura de furnal.

După operațiuni de sortare și concasare zgura de oțelărie poate fi utilizată: a) ca material granular de dimensiuni 0/7...0/15 mm (rezultat prin simplă ciuruire), denumit și zgură brută, cu proprietăți liante mai slabe sau mai puternice, după cum granulozitatea este mai grosieră sau mai fină, singur sau în amestec cu agregate rutiere naturale, în straturi de bază și de fundație; b) ca agregat mineral, rezultat prin concasarea fracțiunilor mai mari decît 7...15 mm, înlocuitor al agregatelor din piatră naturală.

## 3. Rezultate experimentale

În cele ce urmează se prezintă, succint, rezultatele experimentărilor privind utilizarea zgurii de oțelărie și a zgurii granulate de furnal la construcția straturilor de fundație, de bază și de îmbrăcăminte bituminoasă.

Experimentările au constat în construirea și încercarea pe pista pilot [7] a complexelor rutiere prezentate în fig. 1 și în tabelul 1, avînd ca scop: a) stabilirea tehnologiei de execuție a straturilor alcătuite cu zguri siderurgice, după rețete noi pentru construcția drumurilor în țara noastră; b) studierea comportării acestor sisteme rutiere sub acțiunea traficului simulat pe pista pilot.

### 3.1. Execuția sistemelor rutiere

Pentru construcția straturilor de bază și de fundație s-au utilizat materialele a căror denumire și curbă de granulozitate sînt prezentate în tabelul 2. Aceste materiale granulare s-au amestecat conform rețetelor prezentate în tabelul 1 cu ajutorul unei betoniere cu amestec forțat, cu capacitatea de 250 l.

Straturile rutiere s-au așternut manual, în grosime cît mai uniformă și s-au compactat după 2...4 zile de la așternere.

Compactarea straturilor s-a realizat cu două plăci vibratoare de mărime diferită, avînd greutatea proprie, în poziție de lucru, de 150 respectiv 700 daN. Compactarea stratului afînat s-a început cu placa vibratoare mai ușoară, prin trecerea de trei ori pe aceeași urmă, continuîndu-se cu placa vibratoare grea, prin trecerea de 2...3 ori. Compactarea s-a executat într-un singur strat, de 15...20 cm grosime după compactare, considerîndu-se terminată atunci cînd trecerea utilajului de compactare nu mai lăsa urme.

**Tabelul 1**

*Compoziția straturilor sistemelor rutiere încercate pe pista pilot*

| Stratul rutier | Notație conf. fig. 1 | Compoziția stratului |
|---|---|---|
| Îmbrăcăminte bituminoasă | *1* | 80...90% zgură concasată de oțelărie 0/25 mm + 5...15% nisip de concasaj + 5% filer cretă + 5,5% bitum |
| Bază | *1b* | 85% zgură brută de oțelărie + 15% zgură granulată + 1% var + 13% apă |
| | *2b* | 60% balast nisipos + 20% zgură brută de oțelărie + 20% zgură granulată + 1% var stins + 9,5% apă |
| | *3b* | 50% nisip fin + 25% balast nisipos + 25% zgură granulată + 1,2% var + 12,3% apă |
| Fundație | *1f* | 100% zgură brută de oțelărie + 15% apă |
| | *2f* | 80% nisip spălat + 20% zgură granulată + 1% var stins în praf + 6,4% apă |
| | *3f* | 75% nisip fin + 25% zgură granulată + 1% var stins + 16% apă |
| Pămînt pat | *4* | nisip argilos cu umiditatea relativă de aproximativ 0,70 |

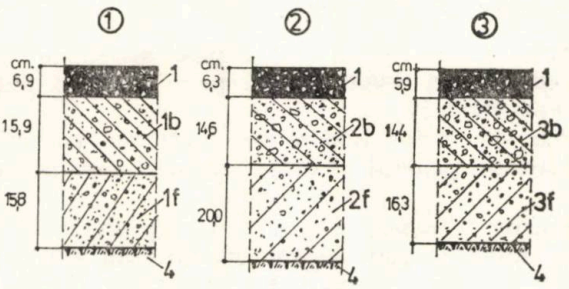



Fig. 1. — Sistemele rutiere încercate pe pista pilot (compoziția straturilor, conform datelor din tabelul 1).

Îmbrăcămintea bituminoasă, executată la cald dintr-un binder cu agregate din zgură concasată de oțelărie și nisip de concasaj, s-a compactat într-un singur strat, cu aceleași plăci vibratoare.

Pentru verificarea execuţiei straturilor de bază şi de fundaţie s-au recoltat probe din amestecurile introduse în strat şi s-au efectuat determinări de granulozitate, umiditate, densitate aparentă maximă P. M. şi rezistenţă la compresiune pe epruvete cilindrice.

Dacă determinările de umiditate şi granulozitate au evidenţiat uniformitatea foarte bună a amestecurilor realizate, determinarea rezistenţei la compresiune a arătat, în acelaşi timp, dinamica proceselor de priză şi întărire permiţînd corelarea rezistenţelor determinate în laborator cu portanţa straturilor şi sistemelor rutiere de pe pista pilot.

**Tabelul 2**

*Granulozitatea materialelor utilizate în straturile de bază şi de fundaţie*

| Dimens. ochi, [mm] Ø 1 | Trecut, [% în greutate] | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Zgură brută de oţelărie | Zgură granulată de furnal | Balast nisipos de rîu | Nisip silicios de rîu | Nisip fin |
| 40 | — | — | 100,0 | — | — |
| 30 | 100,0 | 100,0 | 97,8 | 100,0 | — |
| 15 | 96,8 | 98,6 | 83,8 | 98,9 | — |
| 7 | 87,7 | 95,5 | 67,8 | 95,3 | — |
| 3 | 67,4 | 79,4 | 55,9 | 70,8 | — |
| 1 | 48,5 | 55,0 | 52,4 | 54,6 | 100,0 |
| 0,5 | 36,1 | 37,3 | 49,5 | 44,8 | 99,5 |
| 0,25 | 23,0 | 16,5 | 18,5 | 13,7 | 94,1 |
| 0,125 | 12,0 | 5,4 | 4,8 | 5,7 | 52,9 |
| 0,09 | 8,2 | 2,5 | 2,4 | 4,2 | 31,3 |
| 0,005 | — | — | — | — | 23,3 |
| 0,005 | — | — | — | — | 4,6 |

### 3.2. Comportarea sistemelor rutiere sub acţiunea traficului simulat

Traficul simulat la care au fost supuse sistemele rutiere executate pe pista pilot a costat din 9 000 treceri pe zi ale roţii de 2 300 daN, prin acelaşi profil transversal [7].

Comportarea sistemelor rutiere sub acţiunea traficului simulat s-a apreciat prin : aspectul general al suprafeţei de rulare şi variaţia deformabilităţii.

În ceea ce priveşte aspectul general al suprafeţei de rulare, după un trafic simulat cumulat de 700 000 treceri, nu s-au evidenţiat nici un fel de degradări (atriţie şi desgrădinare a agregatului, uzură puternică etc.).

Deformabilitatea complexelor rutiere, la diferite etape de trafic, s-a apreciat prin mărimea deformaţiilor permanente acumulate şi prin mărimea săgeţii elastice (deflexiunii) produsă de trecerea roţii.

Mărimea deformaţiei permanente, acumulată la diverse etape de trafic, depinde de portanţa complexului rutier, fiind influenţată de gradul de compactare realizat prin construcţie. În fig. 2 sînt prezentate curbele de acumulare a deformaţiilor permanente în axul benzii circulate (punct cu

deformație maximă), în funcție de trafic. Forma curbelor evidențiază existența unei perioade inițiale, diferită ca durată pentru sistemele rutiere experimentate, în care acumularea deformațiilor (inclusiv uzura stratului de îmbrăcăminte) este mai intensă, după care acest proces este mai lent, tinzînd să se anuleze. Stabilizarea deformațiilor permanente exprimă terminarea compactării suplimentare și consolidării sub trafic a sistemelor rutiere, precum și creșterea rezistenței materialelor din straturile de bază și de fundație alcătuite cu zguri siderurgice.

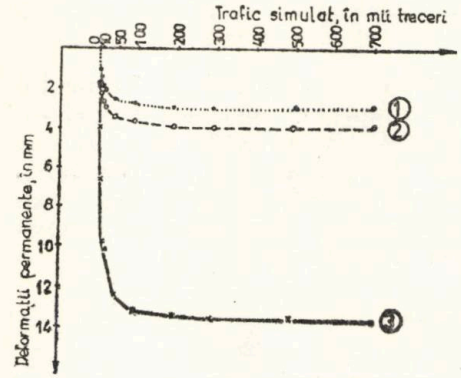



Fig. 2. — Acumularea deformațiilor permanente sub acțiunea traficului simulat.

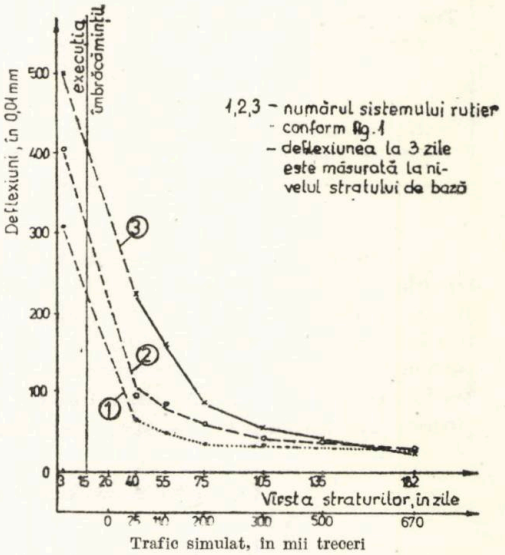



Fig. 3. — Variația deflexiunii caracteristice a sistemelor rutiere încercate pe pista pilot.

Revenirea elastică a suprafeței de rulare după fiecare trecere a roții conduce la fenomenul de oboseală a straturilor rutiere monolite, fenomen caracterizat prin creșterea deformațiilor elastice la un moment dat și implicit a deformațiilor permanente.

Prin măsurarea deformației elastice (a deflexiunii) la diferite intervale de timp, respectiv la diferite etape de trafic, se poate aprecia variația portanței sistemului rutier, factor important pentru stabilirea duratei de serviciu.

În stația pilot deflexiunile se măsoară sub roata dublă de 2 300 și 3 300 daN și apoi se transformă în deflexiuni corespunzătoare autovehiculului de calcul (4 550 daN).

În fig. 3 se reprezintă deflexiunile caracteristice la suprafața îmbrăcămintii, calculate pentru un interval de încredere de 80 %, pentru diferite vîrste ale straturilor de bază și de fundație și etapele de trafic simulat corespunzătoare.

În tabelul 3, alături de deflexiunile caracteristice la două etape de trafic considerate semnificative, se indică traficul zilnic, exprimat în autovehicule fizice pe o bandă de circulație [8], pe care-l pot prelua sistemele rutiere experimentate.

**Tabelul 3**

*Deflexiunile caracteristice și traficul capabil al sistemelor rutiere încercate*

| Vîrsta straturilor cu zguri zile | Trafic simulat mii treceri | Deflexiuni, în 0,01 mm, pe sistemul rutier | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *1* | *2* | *3* |
| 40 | 25 | 65 | 95 | 225 |
| Traficul capabil (număr de autovehicule fizice) | | > 6 000 | 2 000...3 000 | < 250 |
| 182 | 700 | 38 | 28 | 24 |
| Trafic capabil (număr de autovehicule fizice) | | > 6 000 | > 6 000 | > 6 000 |

Comportarea foarte bună a sistemelor rutiere, sub acțiunea traficului simulat de 9 000 treceri pe zi, se explică prin faptul că mărimea deflexiunii produsă de trecerea roții de 2 300 daN este de aproximativ două ori mai mică decît cea corespunzătoare autovehiculului de calcul și prin creșterea portanței înainte de a se manifesta fenomenul de oboseală, dată fiind existența condițiilor optime de umiditate și temperatură favorabile desfășurării proceselor hidraulice în straturile de bază și de fundație.

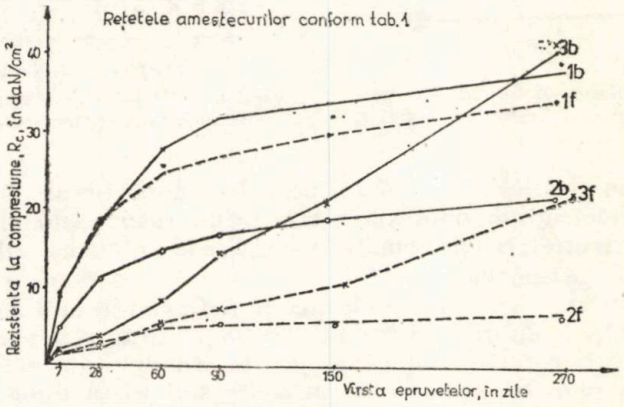



Fig. 4. — Rezistența la compresiune a materialelor din straturile de bază și de fundație.

Valoarea deflexiunii caracteristice, de 0,24...0,30 mm la vîrsta de 180 zile, evidențiază monolitizarea straturilor de bază și de fundație precum și absența vreunei stări de fisurare, care nu este imposibil să apară în straturile rutiere cu zguri siderurgice.

Pentru corelarea cu creșterea în timp a portanței sistemelor rutiere, în fig. 4 se prezintă variația rezistențelor la compresiune, determinate pe epruvete cilindrice, a materialelor din straturile de bază și de fundație.

Din acest grafic rezultă următoarele observații: a) zgura brută de oțelărie este un material granular cu proprietăți liante, caracterizat printr-o priză rapidă; la 90 zile se atinge 90 % din rezistența finală (curbele 1 *b* și 1 *f*); b) nisipurile silicioase și lipsite de parte fină, stabilizate cu zgură granulată, se caracterizează prin priză lentă și rezistențe mecanice reduse (curba 2 *f*); c) adausul de zgură brută de oțelărie la stabilizarea cu zgură granulată a nisipurilor silicioase conduce la creșterea substanțială a rezistențelor mecanice (curba 2 *b*); d) nisipurile fine, stabilizate cu zgură granulată, se caracterizează printr-o priză lentă și continuă, cel puțin pînă la o vîrstă de 270 zile a amestecurilor (curbele 3 *f* și 3 *b*).

## 4. Concluzii

1. Utilizarea, în construcția straturilor de bază și de fundație, a zgurii granulate de furnal și a zgurii brute de oțelărie presupune o tehnologie de lucru mai „flexibilă", datorită posibilității de compactare a amestecurilor după un interval de 2...4 zile. Această tehnologie permite creșterea mecanizării lucrărilor de drumuri prin introducerea stațiilor de malaxare de mare productivitate, care să deservească concomitent mai multe puncte de așternere, situate la distanțe convenabile din punct de vedere al costului transporturilor.

2. Zgura granulată de furnal, activată cu var stins în praf, constituie un adaus granulometric cu proprietăți liante, care permite realizarea straturilor rutiere monolite, cu portanță ridicată, din agregate locale ieftine și de proastă calitate, fără consum de ciment.

3. Din zgura de oțelărie, dezagregată în haldă sub acțiunea factorilor climatici, se poate obține, prin simplă ciuruire, un material granular de dimensiuni 0/7...0/15 mm, cu proprietăți liante puternice, utilizabil la construcția straturilor de bază și de fundație, singur sau ca adaus la agregate naturale stabilizate cu zgură granulată.

*Primită la 20 august 1977*

*Institutul politehnic, Iași,*
*Stația de cercetări rutiere*

## BIBLIOGRAFIE

1. Prandi E., *Traitement des granulats routiers par le laitier granulé.* Bull. de liaison L.C.P.C, Special Q (1970),
2. Cososchi B, Vlad N. ș.a., *Cercetări și experimentări privind elaborarea de rețete și stabilirea de tehnologii de execuție a straturilor rutiere cu zgură de la C. S. Galați.* Referate de cercetare științifică, iunie—decembrie 1975, Inst. polit., Iași, Facultatea de construcții.
3. Turcu M., Fodor G., *Folosirea zgurelor de furnal înalt la construcția drumurilor în țara noastră.* Sesiunea de comunicări a I.C.P.T.T., Buc., Secț. IV, mai 1975.
4. Волков И. М., *О проекте стандарда на щебени из сталеплавилных шлаков.* Автомобильны. дороги, 7 (1971).
5 * * * *Единый стандард на шебени из шлаков.* Автомобильные дороги, 7 (1974).
6. * * * XV-e Congrès Mondial de la Route, Mexico, 1975, Question VIII, Rapport Pologne.
7. Atanasiu D., Zarojanu H. ș.a., *Corelarea traficului simulat cu cel real din cale curentă.* Bul. Inst. polit., Iași, XIII (XVII), *1—2* (1967).
8. * * * *Instrucțiuni tehnice departamentale pentru determinarea deformabilității drumurilor cu ajutorul deflectometrului cu pîrghie.* C.D. 31—67, revizuit, I.C.P.T.T., Buc.

# ШЛАКИ ЧЁРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ — МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ДОРОЖНЫХ СЛОЕВ (I)

(Резюме)

Представляется результаты опытов, проведеннхы на кольцевой испытательной дорожке Ясского политехнического института, на трёх дорожных одежд которые содержают сталеплавильный шлак и гранулированный доменный шлак.

1979 OCT 23

40822